ROCKY MOUNTAIN
JOURNAL OF MATHEMATICS
Volume 10, Number 1, Winter 1980

SUR LE THEOREME DE PARTITION DE MME R.M. HERVÉ

M. BRELOT

DEDICATED TO N. ARONSZAJN

1. Dans le cadre axiomatique de l'A. (à l'origine [2] ou [3] et aperçu axiomatique plus général ultérieur [4]) sur les fonctions harmoniques et surharmoniques, avec les seuls axiomes 1, 2, 3, l'existence d'un potentiel $>$ 0 (sans hypothèse de base dénombrable de l'espace harmonique Ω), l'essentiel du théoréme de partition ([8] th. 12, 2) s'énonce ainsi:

THEOREME 1. A) *Toute fonction surharmonique* $v \geqq 0$ *dans l'espace harmonique* Ω (*c. à d.* $v \in S^+$) *se décompose relativement à un ouvert* ω (*de façon unique*) *selon*

$$v = v_\omega + v'_\omega \tag{1}$$

où v_ω, v'_ω *sont dans* S^+ et v'_ω *est pour l'ordre spécifique la plus grande minorante de* v *qui soit harmonique dans* ω.

B) *De plus* v_ω, *dite restriction spécifique de* v *à* ω, *est harmonique dans* $\complement\omega$.

On remarquera, après Mme Hervé ([8], lemme 15,1) que $v_\omega \in P^+$(est un potentiel): car s'il admettait une minorante harmonique $w > 0$, $v'_\omega + w$ serait une minorante spécifique de v et v'_ω ne serait pas la plus grande, harmonique dans ω.

De plus les plus grandes minorantes harmoniques (p.g.m.h) de v et v'_ω sont égales, car la somme de v_ω et de la partie potentielle de v'_ω est un potentiel. Noter alors que le cas général dérive aussitôt du cas où v est un potentiel.

Car ce cas étant traité, il suffit d'ajouter au 2ième terme de la décomposition de la partie potentielle, la p.g.m.h. de la fonction considérée pour obtenir le 2ième terme du th. 1 ainsi établi.

Dans le cas classique d'un espace de Green Ω, un potentiel s'exprime selon

$$v(x) = \int G(x, y)\, d\mu(y) \tag{2}$$

(au moyen du noyau de Green et d'une mesure $\mu \geqq 0$ sur Ω) et il est évident que les integrales partielles $\int_\omega$ et $\int_{\complement\omega}$ fournissent les termes de decomposition v_ω et v'_ω du th. 1 ainsi demontré. Dans notre cadre axiomatique, nous allons aussi expliciter pour un potentiel v l'interprétation intégrale de v_ω

Received by the editors on April 13, 1978, and in revised form on October 23, 1978.