

Quelques remarques sur la structure projective d'espace fibré

Par

Jōyō KANITANI, Seizi TAKIZAWA

(Reçu le 21 Décembre, 1959)

Dans un mémoire précédent [1] nous avons démontré qu'il existe, au dessus d'une variété différentiable paracompacte à deux dimensions, un champ de tenseurs non-triviaux covariants symétriques du troisième ordre qui est apolaire au champ de tenseurs fondamentaux (covariants symétriques définis positifs du second ordre). Nous démontrerons, dans cet article, ce fait pour la variété différentiable paracompacte M à n dimensions, et d'ailleurs que nous pouvons choisir un tel champ de la manière qu'il ne s'annule pas dans la variété M toute entière, et ensuite que, si $n=2$ et si la variété M est compacte, il existe un tel champ qui n'admet que des points singulier de nombre fini.

En prenant ensuite le cas où $n=3$, nous introduisons une structure géométrique relative la variété M , qui peut être regardée come une généralisation de la directrice de Wilczynski d'une surface dans un espace projectif.

1. Soit M une variété différentiable paracompacte à n dimensions. Prenons un point $x \in M$. Soient $U \ni x$ le domaine d'un système de coordonnées locales $u^1, \dots, u^n$, T^* l'espace de covecteurs tangents à M en x , σ le champ de tenseurs fondamentaux. Supposons que ce champ s'exprime, dans U , par

$$\sigma = a_{ij}(x) du^i \otimes du^j.$$

Soit $Y_x = \{y_{ijk} du^i \otimes du^j \otimes du^k\}$ l'espace vectoriel formé par les éléments symétriques de $T_x^* \otimes T_x^* \otimes T_x^*$. Envisageons l'application linéaire $\varphi: Y_x \rightarrow T_x^*$ défini par

$$\varphi(y_{ijk} du^i \otimes du^j \otimes du^k) = y_{im} a^{im} du^i \quad ((a^{ji}) = (a_{ij})^{-1}).$$