J. Math. Kyoto Univ. (JMKYAZ)
38-1 (1998) 1-20

Solution globale de l'équation d'un gaz visqueux isotherme dans le demi-espace assujetti à une grande force exterieure dérivant d'un potentiel

Par

Rachid BENABIDALLAH

1. Introduction

Dans cet article, on se propose de démontrer l'existence et l'unicité de la solution globale du système d'équations

$$\partial_t u - \frac{1}{\rho} A u + \nabla \sigma + (u \cdot \nabla) u = 0, \tag{1.1}$$

$$\partial_t \sigma + u \cdot \nabla \sigma - u \cdot \nabla \Phi + \nabla \cdot u = 0, \tag{1.2}$$

$$\sigma = \log (\rho / \rho_{eq}) \tag{1.3}$$

avec les conditions initiales

$$u|_{t=0} = u_0, \qquad \sigma|_{t=0} = \log (\rho_0 / \rho_{eq}) = \sigma_0, \tag{1.4}$$

sous l'hypothèse de la petitesse des conditions initiales u_0, σ_0.

L'opérateur A figurant dans (1.1) est donné par

$$A u = \mu \Delta u + \lambda \nabla (\nabla \cdot u) \tag{1.5}$$

avec deux constantes positives μ et λ vérifiant la condition $\lambda \geq \mu/3$, tandis que $\Phi = \Phi(x)$ est une fonction scalaire donnée. Quant à la fonction $\rho_{eq} = \rho_{eq}(x)$, elle est donnée par

$$\rho_{eq} = \exp(-\Phi(x)). \tag{1.6}$$

Les équations (1.1) - (1.3) sont à envisager dans un domaine non borné Ω de $\mathbf{R}^3$ et pour $t > 0$. Dans ce travail nous considérons le cas où Ω est le demi-espace $\mathbf{R}^3_+ = \{ x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3 | x_3 > 0 \}$. Nous signalons en outre que le résultat d'existence et d'unicité locales (théorème 3.1) est valable également pour le cas où Ω est un domaine extérieur, plus précisément le complémentaire d'un compact de $\mathbf{R}^3$. La solution u devra en outre vérifier la condition

$$u|_{\partial\Omega} = 0, \quad u \to 0 \quad \text{pour} \quad |x| \to \infty. \tag{1.7}$$

Communicated by Prof. K. Ueno, May 22, 1995
Revised September 30, 1997