

# SUR LE 3-RANG DES CORPS QUADRATIQUES DE DISCRIMINANT PREMIER OU PRESQUE PREMIER

K. BELABAS ET E. FOUVRY

## SOMMAIRE

1. Introduction . . . . .	217
2. La technique de Davenport-Heilbronn: Rappels et préparations techniques . . . . .	224
2.a. Cas des formes de discriminant strictement positif . . . . .	226
2.b. Cas des discriminants négatifs . . . . .	232
3. Étude de $N^*(\mathcal{B}_i; r, s)$ . . . . .	233
3.a. Étude précise de $S(\mathbf{h}; p, 1)$ . . . . .	235
3.b. Étude précise de $S(\mathbf{h}; 1, p)$ . . . . .	237
3.c. Étude précise de $S(\mathbf{h}; p^2, 1)$ . . . . .	237
3.d. Étude précise de $S(\mathbf{h}; 1, p^2)$ . . . . .	241
3.e. Formule finale pour $N^*(\mathcal{B}_i; r, s)$ . . . . .	241
4. Théorèmes de type Brun-Titchmarsh . . . . .	247
4.a. Un résultat individuel . . . . .	248
4.b. Un résultat en moyenne . . . . .	250
5. Démonstration de Théorèmes 1 et 2 . . . . .	251
5.a. Preuve d'une forme moins forte du Théorème 1 . . . . .	252
5.b. Preuve du Théorème 1 . . . . .	255
5.c. Preuve d'une forme moins forte du Théorème 2 . . . . .	256
5.d. Preuve du Théorème 2 . . . . .	259
6. Les discriminants quasi-fondamentaux . . . . .	261
7. Démonstration des Corollaires 1, 1' et 3 . . . . .	264
7.a. Démonstration du Corollaire 1 . . . . .	265
7.b. Démonstration du Corollaire 1' . . . . .	266
7.c. Preuve du Corollaire 3, système II . . . . .	267
7.d. Preuve du Corollaire 3, système I . . . . .	267

**1. Introduction.** L'objet principal de cet article est de parvenir au corollaire suivant.

**COROLLAIRE 1.** *Il existe une infinité de nombres premiers  $p \equiv 1$  modulo 4, tels que le groupe de classes d'idéaux de l'anneau des entiers de  $\mathbb{Q}(\sqrt{p})$  ne possède aucun élément d'ordre 3. Plus précisément, il existe une constante  $c_0 > 0$ , telle que*

Reçu le 20 mai 1997. Révision reçue le 20 janvier 1998.

1991 *Mathematics Subject Classification.* Primary 11R29; Secondary 11N36.