

# MÉTHODE DES ORBITES DE KIRILLOV-DUFLO ET REPRÉSENTATIONS MINIMALES DES GROUPES SIMPLES SUR UN CORPS LOCAL DE CARACTÉRISTIQUE NULLE

PIERRE TORASSO

**1. Introduction.** L'un des problèmes essentiels de l'analyse harmonique, est la détermination des (classes d'équivalence de) représentations unitaires irréductibles des groupes algébriques et de leurs extensions centrales. On désire, si possible, donner pour chaque classe de telles représentations une réalisation concrète de l'une d'entre elles, en terme d'un objet géométrique lié au groupe.

Une réponse complète à cette question a été apportée dans le cadre des groupes nilpotents, par A. A. Kirillov qui a établi une bijection naturelle entre l'espace des orbites de la représentation coadjointe du groupe  $G$  et son dual unitaire  $\hat{G}$ . Étant donnée une orbite de la représentation coadjointe de  $G$ , à toute polarisation invariante de cette orbite, Kirillov fait correspondre une réalisation de l'élément de  $\hat{G}$  correspondant à l'orbite. Il montre également que le caractère distribution de ces représentations, remonté, via l'application exponentielle, en une distribution sur l'algèbre de Lie de  $G$ , est la transformée de Fourier de la mesure canonique portée par l'orbite correspondante.

Ces résultats ont été généralisés, en partie aux groupes de Lie résolubles (voir les travaux de P. Bernat, L. Pukanszky, ...), aux groupes de Lie réductifs et généraux (voir [Du2]). Cependant, ils ne concernent alors, le plus souvent, que les représentations associées aux orbites en position générale. Même si ces résultats sont suffisants pour pouvoir écrire la formule de Plancherel, pour les groupes en question, ils sont loin de donner une description complète de leur dual unitaire. En particulier, on ne sait pas dans ce cadre là, quelles sont les représentations que l'on peut associer aux orbites singulières de la représentation coadjointe.

Dans son article [Du1], M. Duflo a donné une description du dual unitaire des groupes presque algébriques. Cette description, qui s'appuie sur la méthode des orbites de Kirillov et sur la théorie des petits groupes de Mackey, est donnée en termes des orbites de certaines formes linéaires sur l'algèbre de Lie du groupe, qui sont dites de type unipotent, et du dual unitaire des facteurs réductifs d'une extension métaplectique du stabilisateur de ces formes linéaires. Nous appellerons cette méthode de construction des représentations unitaires irréductibles, la méthode des orbites de Kirillov-Duflo. Malheureusement, lorsque le groupe considéré est réductif, la seule forme de type unipotent est 0, et la description du dual unitaire par ce procédé est tautologique.

Reçu le 9 avril 1996.