

UN CALCUL DE SCHUBERT ARITHMÉTIQUE

VINCENT MAILLOT

SOMMAIRE

1. Introduction	195
2. Préliminaires	197
2.1. Théorie de l'intersection arithmétique	
2.2. Cohomologie et groupes de Chow des grassmanniennes	
3. Classes de Bott-Chern associées à des fibrés plats	201
3.1. Classes caractéristiques secondaires de Bott-Chern	
3.2. Classes de Chern arithmétiques	
3.3. Cas des métriques induites	
3.4. Calcul d'une classe de Bott-Chern	
4. Démonstration du théorème principal	207
5. Une formule de Pieri arithmétique	210
5.1. Fonctions de Schur	
5.2. Une table de multiplication	
6. Hauteurs des grassmanniennes	217
7. Un exemple: $\mathbf{G}(2, 4)$	220
Références	221

1. Introduction. Dans cet article, nous nous intéressons à la théorie de l'intersection arithmétique sur les grassmanniennes.

Dans toute la suite $\mathbf{G}(p, n)$ désigne la grassmannienne sur $\text{Spec } \mathbb{Z}$, paramétrisant sur tout corps K les p -plans d'un K -espace vectoriel de dimension n . On note \bar{E} (resp. \bar{S} , resp. \bar{Q}) le fibré trivial de rang n (resp. le fibré universel, resp. le fibré universel quotient) au dessus de $\mathbf{G}(p, n)$ muni à l'infini de la métrique triviale (resp. de la métrique induite, resp. de la métrique quotient). On note $c_i(\bar{S})$ (resp. $c_i(\bar{Q})$) la i -ème forme de Chern de \bar{S} (resp. \bar{Q}) dans $A^{i,i}(\mathbf{G}(p, n)(\mathbb{C}))$, l'espace des formes différentielles \mathcal{C}^∞ de type (i, i) sur $\mathbf{G}(p, n)(\mathbb{C})$. On munit $\mathbf{G}(p, n)$ à l'infini de la forme de Kähler $\eta_{\mathbf{G}} = c_1(\bar{Q})$. On désigne par $CH^*(\bar{\mathbf{G}}(p, n))$ l'anneau de Chow-Arakelov de $\mathbf{G}(p, n)$ munie de $\eta_{\mathbf{G}}$, tel qu'il est défini dans [GS1], p. 165. Enfin $\hat{c}(\bar{S})$ (resp. $\hat{c}(\bar{Q})$) désigne la classe de Chern arithmétique totale (cf. [GS2], p. 187) de \bar{S} (resp. \bar{Q}), et $\tilde{c}(\bar{\mathcal{E}})$ la classe de Bott-Chern (cf. [BC], p. 87–88 et [GS2], p. 167) associée à la suite exacte courte canonique:

$$\bar{\mathcal{E}}: 0 \rightarrow \bar{S} \rightarrow \bar{E} \rightarrow \bar{Q} \rightarrow 0.$$

Reçu le 26 septembre 1994. Révision reçue le 6 février 1995.