Vol. 64, No. 2 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL © November 1991

UN THÉORÈME DE RIEMANN POUR LES DIVISEURS THÊTA SUR LES ESPACES DE MODULES DE FIBRÉS STABLES SUR UNE COURBE

YVES LASZLO

Introduction. Si C est courbe lisse de genre g, il existe une généralisation naturelle de la notion de diviseur thêta sur la jacobienne à l'espace des modules $\mathscr{U}(r, g-1)$ (resp. $\mathscr{SU}(r, g-1)$) des fibrés stables de pente $g-1$ et de rang r (resp. de pente $g-1$, rang r et de déterminant fixé). Ces espaces de modules et ces diviseurs ont été et sont encore étudiés par de nombreux auteurs ([Hi], [DN]...). On montre ici que la démonstration du théorème de singularité de Riemann de [K], semble-t-il dûe à Mumford, se généralise: *la multiplicité du diviseur thêta en un fibré E est égale à la dimension de l'espace de ses sections globales.*

Ceci permet de montrer que ces diviseurs sont normaux en rang 2. On peut également associer naturellement à un fibré stable de rang 2 et de déterminant K_C un diviseur sur la jacobienne linéairement équivalent à 2Θ (cf. [R]): on étudie au §IV ses singularités; on n'obtient malheureusement que des résultats partiels dans ce cas, essentiellement l'étude des points lisses et des points doubles.

Je tiens à remercier Arnaud Beauville pour avoir attiré mon attention sur ce sujet et pour avoir patiemment lu et relu les versions préliminaires de ce texte: ceci a permis d'alléger considérablement de nombreuses démonstrations.

Ce travail a été achevé alors que j'étais visiteur à l'université d'Utah: je remercie l'université d'Utah, et tout particulièrement H. Clemens, pour son hospitalité.

0. Notations et conventions

Si $\mathscr{F}$ et $\mathscr{G}$ sont des faisceaux de $\mathcal{O}_X$-modules sur une variété X définie sur un corps k, on désigne par $H^i(X, \mathscr{F})$ le *i-ème* k-espace vectoriel de cohomologie de F, $h^i(X, \mathscr{F})$ sa dimension, par $\mathscr{H}om(\mathscr{F}, \mathscr{G})$ (resp. $\mathrm{Hom}(\mathscr{F}, \mathscr{G})$) le faisceau des $\mathcal{O}_X$-homomorphismes de $\mathscr{F}$ dans $\mathscr{G}$ (resp. ses sections globales) et par $\mathscr{E}nd(\mathscr{F})$ (resp. $\mathrm{End}(\mathscr{F})$) le faisceau des $\mathcal{O}_X$-endomorphismes de $\mathscr{F}$ (resp. ses sections globales).

On notera $\mathscr{F}^*$ le dual $\mathscr{H}om(\mathscr{F}, \mathscr{G})$ de $\mathscr{F}$.

On abrègera $\mathcal{O}_X$ en $\mathcal{O}$ si aucune ambiguïté n'est à craindre.

Si D est un diviseur effectif, on notera $\mathscr{F}(D)$ le faisceau $\mathscr{F} \otimes \mathcal{O}(D)$. La jacobienne d'une courbe C sera notée JC et J^dC est le sous-schéma du schéma de Picard de C paramétrant les fibrés de degré d. Enfin, par point, on entendra toujours point fermé.

Received 7 May 1990. Revision received 9 April 1991.