Vol. 60, No. 1 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL © February 1990

APPLICATIONS HOLOMORPHES PROPRES CONTINUES DE DOMAINES STRICTEMENT PSEUDOCONVEXES DE $\mathbb{C}^n$ DANS LA BOULE UNITE DE $\mathbb{C}^{n+1}$

MONIQUE HAKIM

1. Introduction. Soit B_n la boule unité de $\mathbb{C}^n$ et soit $f: B_n \to B_m$ une application holomorphe propre. Alors nécessairement $m \geqslant n$ et f est un automorphisme si $m = n$. Ce résultat est dû à H. Alexander [1].

Si $f \in \mathscr{C}^2(\bar{B}_n)$ et si m est assez voisin de n, il n'y a pas beaucoup de telles applications. Pour $n = 2$, $m = 3$, Faran [6] a montré que f est équivalente, par composition avec des automorphismes de B_2 et de B_3, à une parmi quatre applications polynomiales. Pour $n > 2$, divers auteurs (Webster [18], Cima, Krantz, Suffridge [3], [4]) ont montré que si $m = n + 1$, f est équivalente à l'application $z \to (z, 0)$ et que si m n'est pas trop grand, f doit être rationnelle.

Pour un $m(n)$ grand devant n, en utilisant une méthode constructive de M. Hakim-N. Sibony [11], E. Løw [13] et F. Forstnerič [8] ont montré qu'il existe des applications propres de B_n dans B_m qui sont non rationnelles. De telles applications peuvent être continues ou non. Récemment B. Stensønes [17] utilisant encore ce type de méthode a démontré qu'il existe des applications holomorphes propres de domaines strictement pseudoconvexes bornés à bord $\mathscr{C}^\infty$ de $\mathbb{C}^2$ dans le polydisque de $\mathbb{C}^3$ · En utilisant des idées qui sont dans son article, nous allons prouver le résultat suivant.

THÉORÈME. *Soit D_n un domaine borné strictement pseudoconvexe de $\mathbb{C}^n$ de bord $\mathscr{C}^\infty$, il existe des applications holomorphes propres de D_n dans B_{n+1} qui sont continues.*

Comme la construction se fait par modifications successives d'une fonction $f^{(0)}: D_n \to B_{n+1}$ et que la fonction f obtenue peut être arbitrairement proche de $f^{(0)}$ sur un compact donné de D_n, on en déduit aussi le résultat dans le cas de la boule.

COROLLAIRE. *Il existe des applications holomorphes bornées propres continues de B_n dans B_{n+1} qui ne soient pas rationnelles.*

Remarques. L'hypothèse de stricte pseudoconvexité du théorème est cruciale. N. Sibony a en effet donné un exemple [16] d'un domaine de Reinhardt D pseudoconvexe à frontière $\mathscr{C}^\infty$ de $\mathbb{C}^2$ pour lequel, quel que soit n, il n'existe aucune application propre de D dans B_n.

Cet article est le remaniement d'une version précédente qui contenait une erreur. Je remercie le Professeur W. Rudin qui m'a signalé cette erreur.

Des résultats analogues ont été obtenus indépendamment par A. Dor [5].

Received November 6, 1987. Revision received April 9, 1989.