Vol. 57, No. 2 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL © October 1988

UN ANALOGUE GLOBAL DU CÔNE NILPOTENT

GÉRARD LAUMON*

0. Introduction. Soit G un groupe algébrique réductif complexe, $\mathfrak{g}$ son algèbre de Lie, $\mathfrak{g}^*$ le dual de l'espace vectoriel sous-jacent à $\mathfrak{g}$ et $\mathcal{N}^* \subset \mathfrak{g}^*$ le cône fermé réduit formé des éléments nilpotents de $\mathfrak{g}^*$: $\mathcal{N}^*$ est par définition la réunion des sous-espaces vectoriels $\mathfrak{b}^{\perp} \subset \mathfrak{g}^*$, où $\mathfrak{b}$ parcourt les sous-algèbres de Lie de Borel de $\mathfrak{g}$.

Le groupe G agit sur $\mathfrak{g}^*$ par la représentation coadjointe et laisse stable $\mathcal{N}^*$; $\mathcal{N}^*$ est réunion d'un nombre fini d'orbites pour cette action, les orbites nilpotentes de G (cf. [Sp-St]).

Dans le fibré cotangent T^*G de G, identifié à $G \times_{\mathbb{C}} \mathfrak{g}^*$ par translation à gauche, considérons le sous-ensemble

$$\Lambda_G = \{(g, \xi^*) | g \in Z_G(\xi^*) \text{ et } \xi^* \in \mathcal{N}^*\},$$

où on a noté $Z_G(\xi^*)$ le centralisateur de ξ^* dans G pour l'action coadjointe. Alors, on a (voir Appendices B et C pour des démonstrations):

THÉORÈME (0.1). *Λ_G est le support d'un fermé réduit conique et lagrangien de T^*G, noté encore Λ_G.*

L'objet de cet article est de prouver un analogue "global" de (0.1). Plus précisément, soient X une courbe projective, lisse et connexe sur $\mathbb{C}$ et n un entier $\geqslant 1$. Notons $\mathrm{Fib}_{X,n}$ le champ algébrique sur $\mathbb{C}$ des fibrés vectoriels $\mathcal{L}$ de rang n sur X et $T^*\mathrm{Fib}_{X,n}$ le fibré cotangent à $\mathrm{Fib}_{X,n}$. Les points de $T^*\mathrm{Fib}_{X,n}$ sont les couples

$$\left(\mathcal{L}, \mathcal{L} \xrightarrow{u} \mathcal{L} \otimes_{\mathcal{O}_X} \Omega_X^1\right),$$

où $\mathcal{L}$ est un fibré vectoriel de rang n sur $X \otimes_{\mathbb{C}} k$, pour un corps k contenant $\mathbb{C}$, et où u est un homomorphisme de $\mathcal{O}_{X \otimes_{\mathbb{C}} k}$-modules.

Définition (0.2). On dira qu'un couple $(\mathcal{L}, u)$ comme ci-dessus est nilpotent si l'homomorphisme composé

$$\mathcal{L} \xrightarrow{u} \mathcal{L} \otimes_{\mathcal{O}_X} \Omega_X^1 \xrightarrow{u \otimes 1} \mathcal{L} \otimes_{\mathcal{O}_X} (\Omega_X^1)^{\otimes 2} \to \cdots$$

$$\cdots \xrightarrow{u \otimes 1^{\otimes(n-1)}} \mathcal{L} \otimes_{\mathcal{O}_X} (\Omega_X^1)^{\otimes n}$$

est identiquement nul (on a noté simplement 1 l'identité de Ω_X^1).

*Unité associée au CNRS n° 752.

Received October 27, 1987. Revision received January 20, 1988.