

SECTIONS HYPERPLANES DES SURFACES $K3$

A. BEAUVILLE ET J.-Y. MÉRINDOL

Introduction. Cette note est un commentaire sur un théorème de J. Wahl [W]. Pour toute variété X et tout fibré en droites L sur X , on définit un homomorphisme $\varphi_L: \Lambda^2 H^0(X, L) \rightarrow H^0(X, \Omega_X^1 \otimes L^{\otimes 2})$ en donnant un sens à la formule $\varphi_L(s \wedge t) = s dt - t ds$ (cf. §2). Wahl démontre alors que si C est une section hyperplane lisse d'une surface $K3$, l'homomorphisme $\varphi_K: \Lambda^2 H^0(C, \omega_C) \rightarrow H^0(C, \omega_C^{\otimes 3})$ n'est pas surjectif. Il est facile de donner des exemples explicites de courbes pour lesquelles φ_K est surjectif, et qui ne peuvent donc être réalisées comme sections hyperplanes de surfaces $K3$: les intersections complètes dans \mathbb{P}^n , sauf un petit nombre d'exceptions, sont dans ce cas [W].

La méthode de Wahl s'appuie sur la théorie des déformations de singularités isolées, appliquée au cône sur une courbe canonique. Nous proposons dans cette note une approche tout-à-fait différente. Si C est une section hyperplane d'une surface $K3$ S , nous démontrons que la surjectivité de φ_K entraîne que la suite exacte

$$0 \rightarrow T_C \rightarrow T_S|_C \rightarrow N_{C/S} \rightarrow 0$$

est scindée. Nous prouvons d'autre part que cette propriété de scindage implique l'existence d'une *involution de S dont le lieu fixe est C* . Il est alors facile de conclure à une contradiction.

Nous considérons des variétés définies sur un corps algébriquement clos k , de caractéristique $\neq 2$.

§1. Scindage de la suite normale. Dans ce paragraphe, nous considérons la question suivante. Soit C une courbe projective et lisse contenue dans une surface projective S ; nous supposons S lisse au voisinage de C . On dispose dès lors d'une suite exacte canonique

$$0 \rightarrow T_C \rightarrow T_S|_C \rightarrow N_{C/S} \rightarrow 0,$$

que nous appellerons *suite normale* de C dans S . Nous voulons étudier à quelle condition cette suite est scindée.

Cette question s'interprète naturellement en termes d'espaces de modules:

PROPOSITION 1. *Considérons les conditions suivantes:*

- (i) *la suite normale de C dans S est scindée;*

Received August 10, 1986.