Vol. 53, No. 3 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL © September 1986

SUR LA DISTRIBUTION DES LONGUEURS DES GEODESIQUES FERMEES D'UNE SURFACE COMPACTE A BORD TOTALEMENT GEODESIQUE

LAURENT GUILLOPE

0. Introduction. Soit S une surface riemannienne orientable à courbure constante -1 et notons $\pi_S(x)$ le nombre de géodésiques fermées primitives de S de longueur au plus égale à x. Si S est d'aire finie sans bord, on a l'asymptotique

$$\pi_S(x) \sim e^x/x, \qquad x \to \infty \ ([8],[10]). \tag{0.1}$$

Cet article présente des asymptotiques analogues dans le cas d'une surface compacte D, à bord ∂D totalement géodésique non vide.

Par arc géodésique de D nous entendrons soit un arc du bord de D soit un arc C^1 par morceaux, géodésique en l'intérieur de D et qui, en ses points de ∂D, obéit à la réflexion géométrique. Nous distinguerons les géodésiques fermées de D suivant qu'elles ont un nombre nul, pair, impair de réflexions sur le bord et nous noterons π_0, π_p, π_i les fonctions de comptage correspondantes.

L'asymptotique de π_0 s'obtient en fait en étudiant la fonction de comptage associée à la surface S_∞ (d'aire infinie et à rayon d'injectivité strictement positif) obtenue en recollant à chaque composante C_j ($j = 1, \ldots, N$) de longueur $l_j = l(C_j)$ du bord de D une vasque hyperbolique V_{l_j} (V_l est le demi-cylindre $(\mathsf{R}/l\mathsf{Z})_v \times \mathsf{R}_\tau^+$ avec la métrique $ds^2 = \mathrm{ch}^2\tau\, dv^2 + d\tau^2$). On a simplement $\pi_{S_\infty}(x) = \pi_0(x) + N$ si $x > \mathrm{Sup}_{j=1,\ldots,N}(l_j)$. Introduisons l'exposant de Poincaré δ_{S_∞} de S_∞, défini comme l'abscisse de convergence (en fait indépendante des points m, m' de S_∞) des séries $\Sigma e^{-sl(C)}$ où la somme porte sur toutes les géodésiques lisses C de m à m'. Cet exposant est non nul, strictement inférieur à 1 (cf. § 1).

THEOREME 1. *Si l'exposant de Poincaré δ_{S_∞} est strictement supérieur à $\frac{1}{2}$, on a $\pi_{S_\infty}(x) \sim e^{\delta_{S_\infty} x}/\delta_{S_\infty} x$, $x \to \infty$.*

On a évidemment $\pi_D = \pi_p + \pi_i$. Les asymptotiques de π_p, π_i, bien que non formellement établis dans la littérature à notre connaissance, y sont néanmoins

Received May 31, 1985. Revision received December 30, 1985.