Vol. 53, No. 3 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL © September 1986

# INVARIANTS DE CLASSE $C^r$ DES GROUPES FINIS ENGENDRES PAR DES REFLEXIONS ET THEOREME DE CHEVALLEY EN CLASSE $C^r$

G. BARBANÇON

Les fonctions de classe $C^r$ des matrices symétriques réelles invariantes par le groupe orthogonal opérant par conjugaison ont été récemment étudiées ([1], [14]). Il s'agit là d'un cas particulier du théorème d'isomorphisme de Chevalley en classe $C^r$. Pour la classe $C^\infty$ et pour les espaces hölderiens du type $C^{r,\alpha}$, $0 < \alpha < 1$, le théorème de Chevalley a été établi dans [5] par une méthode directe. (Comparer avec [1] Théorème 5.7.)

Le théorème 4.12 de [3] qui donne la perte de dérivabilité pour le théorème de Hilbert dans le cas d'un groupe fini, permet à l'aide du théorème de Chevalley pour les polynômes, une première approche en classe $C^r$ (voir [8] p. 303 pour la classe $C^\infty$.) Malheureusement ce théorème n'est pas optimal dans le cas des groupes engendrés par des réflexions, mais M. Raïs a bien voulu me faire remarquer que les méthodes de [2] devraient permettre d'obtenir le meilleur résultat dans ce cas particulier, à partir de là d'exprimer les fonctions invariantes sur le sous-espace $\mathfrak{p}$ de la décomposition de Cartan $\mathfrak{g} = \mathfrak{k} + \mathfrak{p}$ d'une algèbre de Lie réductive, en fonction des invariants polynomiaux, en estimant au mieux la perte de dérivabilité, et plus généralement fournir une approche du Théorème de Chevalley en classe $C^r$.

Ces suggestions sont à l'origine du présent travail dont elles fournissent le plan (§1 et 2.1) qui a été complété (2.2) par un théorème d'isomorphisme en classe $C^r$ qui généralise le résultat de [14], dont la lecture m'a été utile.

## §1. Invariants de classe $C^r$ des groupes finis engendrés par des réflexions.

1.1. Généralités. Position du problème.

Soit $V$ un espace vectoriel de dimension finie $l$ sur $\mathbf{R}$ et $W$ un sous-groupe fini d'ordre $m$ de $Gl(V)$, engendré par des réflexions. Il existe sur $V$ un produit scalaire $W$-invariant et on ne restreint pas la généralité en supposant, ce que nous ferons désormais, que $V$ est un espace euclidien et que $W$ est engendré par des réflexions orthogonales ([4] p. 81).

On identifie l'algèbre symétrique de $V^*$ à l'algèbre $S(V)$ des fonctions polynômes sur $V$. La sous-algèbre $S^W$ des fonctions $W$-invariantes est engendrée par $l$ polynômes $W$-invariants $(p_1, \ldots, p_l)$, homogènes, algébriquement indépendants, de degrés $k_1, \ldots, k_l$, avec $m = k_1 \cdots k_l$. Un tel système de générateurs de $S^W$ sera désigné dans la suite par système de $W$-invariants élémentaires de $V$.

Received October 22, 1985. Revision received February 6, 1986.