SYMÉTRIES DES FIBRÉS VECTORIELS SUR $\mathbf{P}^n$ ET NOMBRE D'EULER

PAR J. BERTIN ET G. ELENCWAJG

Introduction. Soit $M(c_1, c_2)$ la variété des modules des fibrés vectoriels stables de rang 2 sur $\mathbf{P}^n$. Nous nous proposons d'exploiter l'action naturelle du groupe PGL sur $M(c_1, c_2)$ pour calculer le nombre d'Euler $\chi(M(c_1, c_2))$. En fait nous utiliserons surtout la restriction de cette action à un tore maximal.

Le fait que l'action d'un tore sur une variété algébrique (non nécessairement compacte) ait des implications topologiques, découle en particulier de résultats d'Iversen et Bialynicki–Birula [3].

Dans le §1, nous étudions le sous-groupe de PGL(n) formé des automorphismes g de $\mathbf{P}^n$ laissant un fibré vectoriel V invariant ($g^*(V) \simeq V$). C'est un sous-groupe fermé noté $S(V)$ que nous appellerons groupe des symétries de V. Ce groupe s'insère dans une extension (1.2.2)

$$1 \to \mathrm{Aut}(V) \to G_V \to S(V) \to 1$$

et V admet une G_V-linéarisation universelle.

La version infinitésimale de cette extension conduit à une suite exacte d'Atiyah

$$0 \to \underline{\mathrm{End}(V)} \to T_V^0 \to T_X \to 0$$

De ceci découle l'implication plus ou moins bien connue

$$h^1 \underline{\mathrm{End}(V)} = 0 \Rightarrow V \text{ décomposable.}$$

Nous signalerons plus précisément comme conséquence de la structure de $S(V)$, une minoration de $h^1(\underline{\mathrm{End}(V)})$ lorsque V est indécomposable.

Dans les paragraphes 2 et 3, nous démontrons que les tores maximaux de $S(V)$ sont de dimension $\leqslant 2$. (En fait il semble raisonnable de croire qu'il existe une constante c indépendante de n telle que $\dim S(V) > c \Rightarrow V$ décomposable).

Pour ce qui concerne les fibrés stables, nous en déduisons que le tore $T = (\mathbf{C}^*)^n$ opère sans point fixe sur $M(c_1, c_2)$ lorsque $n \geqslant 3$ et avec un nombre fini de points fixes lorsque $n = 2$.

Dans ce dernier cas on utilise un résultat de Kaneyama [9].

En particulier, désignant par M_{inst} la variété des "fibrés instantons" (conjecturalement irréductible, lisse) nous obtenons

$$\chi(M_{\mathrm{inst}}) = 0.$$

Received February 2, 1982. Revision received May 24, 1982.