MEMOIRS OF THE COLLEGE OF SCIENCE, UNIVESITY OF KYOTO, SERIES, A
Vol. XXVII, Mathematics No. 1, 1925.

Sur la transformation infinitesimale du groupe d'holonomie

Par

Joyo KANITANI

(Reçu, le 14, Novembre, 1951)

1. Dans cet article nous déduisons les équations définissant les transformations infinitesimales du groupe d'holonomie relatif à l'espace $\boldsymbol{R}$ à connexion projective $\Gamma^{\beta}_{\alpha i}\, dx^i$ $(\alpha, \beta=0,\cdots, n\,;\; i:1\rightarrow n)$.

Envisageons une courbe fermée C dans $\boldsymbol{R}$. Prenons, sur cette courbe, les points $x_1^i, x_2^i,\cdots, x_m^i$ se succedant dans l'ordre des indices croissants jusqu'à ce que le point x_m^i coïncide avec x_1^i, quand on parcourit la courbe. Joignons les points x_k^i à un point x_0^i par L_k. Soit T_k la transformation projective associée au cycle $L_k+\text{arc } x_k\, x_{k+1} -L_{k+1}$. Il est facile de voir que la transformation projective T associée à la courbe C est donnée par

$$T=T_m\; T_{m-1}\cdots T_2\; T_1.$$

Ce produit est indépendant du choix des courbe L_k. Ainsi, nous pouvons prendre comme transformation infinitesimale du groupe d'holnomie la transformation projective associée au cycle pacourant la courbe $\xi^i=x_0^i+t(x^i-x_0^i)$ de x_0^i juqu'au point x^i, un arc infinitesimal de x^i jusqu'au point $x^i+\delta x^i$, et enfin la courbe $\xi^i=x_0^i +t(x^i+\delta x^i-x_0^i)$ de $x^i+\delta x^i$ jusqu'au point x_0^i.

Soient $[I, I_1,\cdots,I_n]$, $[A, A_1,\cdots, A_n]$, $[A,' A_1'\cdots,A_n']$, $[I', I_1',\cdots,I_n']$ les repères assoies respectivement au point de départ x_0^i, au point x^i, au point $x^i+\delta x^i$, et au point de retour.

Nous avons d'abord

$$A_\alpha=I_\alpha+\frac{1}{1\,!}dI_\alpha+\cdots+\frac{1}{m!}d^m I_\alpha+\cdots$$

Or,

$$I_\alpha=\delta^\sigma_\alpha I_\sigma,\; dI_\alpha=\bar{d}\;\delta^\sigma_{(\alpha)}\, I_\sigma,\cdots,\; d^m I_\alpha=\bar{d}^m\delta^\sigma_{(\alpha)}I_\sigma.$$

où on désignee par d la différentielle absolue, et par (α) que la