MEMOIRS OF THE COLLEGE OF SCIENCE, UNIVERSITY OF KYOTO, SERIES, A
Vol. XXVII, Mathematics No. 2, 1952.

Sur l'équation fonctionnelle rationnelle de la fonction inconnue de deux variables.

Par

Akira KUWAGAKI

(Reçu le 31 Mars 1952)

§ 1 Introduction

Nous allons examiner l'équation fonctionnelle rationnelle de la fonction inconnue $f(x, u)$:

$$f(x+y, u+v)=R\{f(x, u), f(x, v), f(y, u), f(y, v)\} \qquad (1)$$

où R est une fonction rationnelle de quatre variables.

Dans le mémoire précédent,[1] nous avons exprimé la théorie générale de l'équation fonctionnelle algébrique du type semblable. Pas les exemples suivants, il est clair qu'il n'y a pas telles restric tions du degré de la fonction rationnelle R qu'il est nécessaire au cas d'une variable,[2] pour que l'équation (1) possède une solution $f(x, u)$ non constante.

Exemple 1.

$$\begin{aligned}&f(x+y, u+v)\\&=\frac{1}{2}\{f(x, u)+f(x, v)+f(y, u)+f(y, v)\}\\&+\{f(x, u)-f(x, v)-f(y, u)+f(y, v)\}\times F\end{aligned}$$

(F est une fonction rationnelle arbitraire de $f(x, u)$, $f(x, v)$, $f(y, u)$ et $f(y, v)$.))

Les solutions sont

$$f(x, u)=\lambda x+\mu u$$

(λ et u sont constantes arbitraires.)

Exemple 2.

$$\begin{aligned}&f(x+y, u+v)\\&=f(x, u)+f(x, v)+f(y, u)+f(y, v)\\&+\{f(x, u)\ f(y, v)-f(x, v)\ f(y, u)\}\times F\end{aligned}$$