MEMOIRS OF THE COLLEGE OF SCIENCE, UNIVERSITY OF KYOTO, SERIES, A
Vol. XXVII, Mathematics No. 3, 1953.

Sur la fonction analytique de deux variables complexes satisfaisant l'associativité : $f\{x, f(y, z)\} = f\{f(x, y), z\}$

Par

Akira KUWAGAKI

(Reçu le 21 Avril, 1952)

§ 1. Introduction

1. Nous allons exprimer la recherche sur la fonction de deux variables complexes $f(x, y)$ satisfaisant la relation fonctionnelle suivante ou l'associativité :

$$f\{x, f(y, z)\} \equiv f\{f(x, y), z\} \qquad (1)$$

Pour la fonction $f(x, y)$ nous supposons qu'il y a au moins un nombre complex c, fini ou infini, tel que

$$f(c, c) = c \qquad (2)$$

et que $f(x, y)$ a une expansion de Taylor à (c, c).

2. Le nombre c peut être réduit facilement à 0 par la moyen suivante, sans perdre les conditions (1) et (2).

1° Si c est un nombre fini, posons

$$f_1(x, y) \equiv f(x+c, y+c) - c$$

nous aurons par (1)

$$\begin{aligned} f_1\{x, f_1(y, z)\} &= f_1\{x, f(y+c, z+c) - c\} \\ &= f\{x+c, f(y+c, z+c)\} - c \\ &= f\{f(x+c, y+c), z+c\} - c \\ &= f_1\{f(x+c, p+c) - c, z\} \\ &= f_1\{f_1(x, y), z\} \end{aligned}$$

et par (2)

$$f_1(0, 0) = f(c, c) - c = 0$$

2° Si c est infini, posons

$$f_2(x, y) \equiv \frac{1}{f(1/x, 1/y)}$$