MEMOIRS OF THE COLLEGE OF SCIENCE, UNIVERSITY OF KYOTO, SERIES A
Vol. XXX, Mathematics No. 2, 1957.

Le probleme de Cauchy pour les équations hyperboliques

Par

Sigeru MIZOHATA

(Reçu le 2 Août 1956)

---

1. Introduction. Dans son cours intitulé 《hyperbolic differential equations》 ([1]), M. Leray a développé une théorie des équations hyperboliques en se fondant sur la transformation de Laplace. Ce petit article à pour but de montrer que, tant qu'on considère l'équation hyperbolique donnée comme une équation d'évolution (Voir [2]), on peut faire un raisonnement assez simple pour le problème de Cauchy. En effet, M. Leray a trouvé une matrice, et grace à cette matrice, il a étendu l'inégalité d'énergie de Friedrichs et Lewy pour des solutions assez régulières. Nous allons montrer que l'inégalité d'énergie subsiste même dans le cas où des solutions sont distributions mais non pas fonctions. Nous discuterons dans un autre article le problème de Cauchy pour les équations paraboliques en nous appuyant sur presque le même principe.

2. Opérateur. $\tau_q(p)$ $(-\infty < q < +\infty)$. Soit f tempérée, alors on définit $\tau_q(p)f \equiv (1-p_1^2-\cdots-p_n^2)^q f$ comme l'image réciproque de Fourier de $(1+4\pi^2|\xi|^2)^q \varphi_\xi \in (\mathcal{S}')_\xi$, φ_ξ étant la transformée de f. (Voir [1], [3]).

Espace hilbertien D^s $(-\infty < s < +\infty)$. $f \in D^s$, si f est tempérée et $\tau_{s/2}(p)f \in L^2$. On le munit du produit scalaire suivant:

$$(f, g) = (\tau_{s/2}(p)f,\ \tau_{s/2}(p)g) = (\tau_s(p)f, g).$$

Remarquons que, si $s' < s$, alors $D^{s'} \supset D^s$, c'est-à-dire que D^s est contenu dans $D^{s'}$ avec une topologie plus fine.

Par définition, a) les applications: $f \to p_1^{\nu_1} \cdots p_n^{\nu_n} f$ de D^s dans $D^{s-|\nu|}$ b) les applications: $f \to \tau_q(p)f$ de D^s dans D^{s-2q}, sont des applications continues.

Nous aurons besoin ultérieurement le