

Sur la forme de Darboux relative une variété différentiable

Par

Jôyô Kanitani

(Reç 8, Juin, 1957)

Preliminaire

1. Particularisation du repère mobile.

L'objet de cet article est de généraliser la notion de la forme de Darboux d'une hypersurface pour une variété différentiable.

Envisageons $(n+2)^2$ 1-formes $\omega_\alpha^\beta = a_\alpha^\beta du^j$ ($\alpha, \beta = 0, 1, \dots, n+1$; $j: 1 \rightarrow n$) telles que chacun des systèmes ω_α^L ($L=1, \dots, n+1$), $\omega_A^{\alpha+1}$ ($A=0, 1, \dots, n$) contienne n formes indépendantes. Nous pouvons associer à une courbe quelconque C dans l'espace R^n décrit par le point arithmétique (u^1, \dots, u^n) un repère mobile $[A, A_1, \dots, A_{n+1}]$ défini par

$$dA_\alpha = \omega_\alpha^\beta A_\beta \quad (\alpha = 0, 1, \dots, n+1; \beta: 0 \rightarrow n+1; A_0 \equiv A)$$

dans un espace projectif S^{n+1} , le système ω_α^β étant nommé ainsi la connexion projective majorante.

Deux connexions $\omega_\alpha^\beta, \omega_\alpha^{\beta'}$ sont regardées équivalentes, lorsqu'elles font correspondre à une courbe C dans R^n le même développement I' (lieu du point A), c'est-à-dire,

$$A' = \rho A, \quad A'_L = \gamma_L^\alpha A_\alpha \quad (L=1, \dots, n+1; \alpha: 0 \rightarrow n+1).$$

En remplaçant la connexion donnée ω_α^β par une connexion qui lui est équivalente, nous pouvons faire d'abord

$$(1.1) \quad \omega_0^0 = 0, \quad \omega_0^{\alpha+1} = 0.$$

Chacun des systèmes ω_0^i ($i=1, \dots, n$), $\omega_i^{\alpha+1}$ ($i=1, \dots, n$) se fait alors ceun de n formes linéairement indépendantes. Ecrivons

$$\omega_0^i = \omega^i = a_j^i du^j, \quad \omega_\alpha^\beta = \Gamma_{\alpha j}^\beta \omega^j.$$