Memoirs of the College of Science, University of Kyoto, Series A
Vol. XXXII, Mathematics No. 2, 1959.

Analyticité des solutions élémentaires du système hyperbolique à coefficients constants

Par

Sigeru Mizohata

(Reçu le 31 août 1959)

---

1. Introduction. Soit $E(x, t)$ une solution élémentaire du système hyperbolique :

$$\frac{\partial u}{\partial t}-\sum_{j=1}^{n} A_j\frac{\partial u}{\partial x_j}-Bu=0\,, \tag{1,1}$$

où A_j et B sont des matrices constantes d'ordre N.

Notre but est de montrer que $E(x, t)$, $t\geqslant 0$, est une fonction analytique[1] sauf sur les lignes bicaractéristiques issues de l'origine. Ce résultat est déjà connu pour les systèmes homogènes, à savoir dans le cas où $B=0$ (Petrowsky [4]). Mais, ici, nous allons le montrer directement par le développement asymptotique de l'image de Fourier de $E(x, t)$. Nous suiverons le raisonnement de P. D. Lax exposé dans [1] pour montrer que $E(x, t)$ est une fonction indéfiniment différentiable sauf sur les bicaractéristiques issues de l'origine dans le cas où A_j et B sont des matrices indéfiniment différentiables. On pourrait étendre notre résultat au cas où A_j et B sont analytiques en (x, t), mais il faudra alors une analyse très minutieuse.

2. Ce que nous appelons ici hyperbolique est le suivant (voir Petrowsky [3] p. 66) :

1° pour tout $\xi=(\xi_1, \cdots, \xi_n)$ réel,

$A\cdot\xi=\sum A_j\xi_j$ est une matrice diagonalisable dont les valeurs caractéristiques sont toutes réelles ;

2°. les multiplicités des valeurs caractéristiques sont invariantes pour ξ :

---

1) Dans cet article, nous entendons par une fonction analytique une fonction analytique de variables réelles.