J. Math. Kyoto Univ.
1-2 (1962) 271-302.

Solutions nulles et solutions non analytiques

Par

Sigeru MIZOHATA

(Reçu le 4 décembre, 1961)

1. Introduction.

Dans cet article, nous traiterons toujours les équations aux dérivées partielles à coefficients *analytiques*.

Etant données une équation aux dérivées partielles

$$a\left(x, \frac{\partial}{\partial x}\right)u(x) = 0 \tag{1.1}$$

et une hypersurface S définie par

$$\varphi(x) = 0\,; \quad \varphi_x(x) \neq 0 \tag{1.2}$$

(φ étant à valeurs réelles), on sait que, si S n'est pas caractéristique, alors la donnée de Cauchy sur S, supposée analytique, détermine uniquement la solution cherchée $u(x)$, où $\varphi(x)$ est aussi supposée analytique. Au contraire, si S est une variété caractéristique pour (1. 1), c'est-à-dire que

$$h(x, \varphi_x(x)) = 0 \text{ pour } x \text{ sur } S, \tag{1.3}$$

le prolongement d'une solution $u(x)$ au travers de S, est-elle toujours non unique? Plus précisément, existe-t-il des solutions identiquement nulles d'un côté de S et ne s'annulant pas de l'autre côté? Cette question a été posée par Petrowsky et il a lui-même indiqué à la fin de son mémoire [7] que la réponse est affirmative si la variété caractéristique S est analytique et simple. Comme sa démonstration manque de détail, nous voulons présenter notre démonstration. Petrowsky a réduit ce problème à celui de Goursat. Au contraire, nous utiliserons la méthode d'Hadamard, qui s'apelle