

Sur une extension du théorème de MM. H. Cartan et P. Thullen

Par

Hidekazu ÔNISHI

(Reçu le 15 Janvier, 1964)

Introduction

1. En 1931, M. H. Cartan¹⁾ a introduit une notion de convexité d'un domaine par rapport aux familles de fonctions holomorphes. D'autre part, en 1932, M. P. Thullen²⁾ a trouvé un «théorème fondamental» sur les prolongements analytiques des fonctions holomorphes dans un domaine univalent. Ensuite, MM. Cartan et Thullen³⁾ ont publié en 1932 un nouveau travail, dans lequel les idées de leurs premiers travaux ont été combinés dans le cas des domaines multivalents sans points critiques intérieurs.

Dans ce dernier travail, le théorème fondamental sur le prolongement analytique a été énoncé sous la forme suivante :

Théorème de MM. Cartan et Thullen⁴⁾. *Soit \mathcal{D} un domaine sur l'espace de n variables complexes (x_1, \dots, x_n) sans point critique intérieur, et \mathcal{F} une famille de fonctions holomorphes dans \mathcal{D} satisfaisant à la condition suivante :*

si une fonction $f(P)$ appartient à \mathcal{F} , alors,

a) ses dérivées partielles $\frac{\partial f}{\partial x_j}$ ($j=1, \dots, n$) par rapport aux coordonnées x_1, \dots, x_n , appartiennent à \mathcal{F} , et,

1) H. Cartan, Sur les domaines d'existence des fonctions de plusieurs variables complexes, Bull. Soc. Math. France (1931).

2) P. Thullen, Zur Theorie der Singularitäten der Funktionen zweier komplexen Veränderlichen. Die Regularitätshüllen, Math. Annalen 106 (1932).

3) H. Cartan et P. Thullen, Zur Theorie der Singularitäten der Funktionen mehrerer komplexen Veränderlichen. Regularitäts- und Konvergenzbereiche, Ibid.

4) Pour définitions et terminologies, voir l'Ouvrage de MM. H. Behnke et P. Thullen, Theorie der Funktionen mehrerer komplexen Veränderlichen, Ergebnisse der Math. (1934).