

Quelques propriétés locales des domaines intérieurement ramifiés

Par

Hidekazu ÔNISHI

(Reçu le 20 juin, 1964)

Introduction. En 1938, M. H. Cartan¹⁾ a trouvé et utilisé un fait qui a été une conséquence directe du développement en séries de Laurent, pour démontrer que le premier problème de Cousin peut être résolu affirmativement même pour un certain domaine qui n'est pas un domaine d'holomorphic. En 1951, M. K. Oka²⁾ a utilisé ce fait comme un lemme pour étudier la propriété (*H*) d'une fonction holomorphe sur une surface caractéristique dans un domaine univalent de n variables complexes. Le lemme a été énoncé par M. K. Oka sous la forme suivante:

Lemme de H. Cartan (Théorème des trois anneaux). Soient $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \mathcal{A}_3$ trois domaines annulaires univalents à l'espace de n ($n \geq 3$) variables complexes (x_1, \dots, x_n) , des formes suivantes:

$$(A_1) \quad \rho_1 < |x_1| < r_1, \quad |x_2| < r_2, \quad |x_3| < r_3, \quad (x_4, \dots, x_n) \in \mathcal{D},$$

$$(A_2) \quad |x_1| < r_1, \quad \rho_2 < |x_2| < r_2, \quad |x_3| < r_3, \quad (x_4, \dots, x_n) \in \mathcal{D},$$

$$(A_3) \quad |x_1| < r_1, \quad |x_2| < r_2, \quad \rho_3 < |x_3| < r_3, \quad (x_4, \dots, x_n) \in \mathcal{D},$$

\mathcal{D} étant un domaine univalent quelconque, et ρ_j des nombres positifs ou nuls. Étant données trois fonctions $g_i(x)$ holomorphes dans $\delta_i = \mathcal{A}_j \cap \mathcal{A}_k$, (i, j, k) étant un échange circulaire quelconque de $(1, 2, 3)$, telles que l'on ait identiquement dans $\delta = \mathcal{A}_1 \cap \mathcal{A}_2 \cap \mathcal{A}_3$

$$g_1 + g_2 + g_3 = 0,$$

1) H. Cartan, Sur le premier problème de Cousin, C. R. 207 (1938).

2) K. Oka, Sur les fonctions analytiques de plusieurs variables. VIII-Lemme fondamental, Journ. Math. Soc. Japan 3 (1951), n°6.