J. Math. Kyoto Univ.
6-3 (1967) 323-357

Domaines pseudoconvexes sur les variétés kählériennes

Par

Akira TAKEUCHI

(Reçu le 16 Janvier, 1967)

Dans le mémoire précédent [12][1], nous avons donné une démonstration au théorème, disant que tout domaine pseudoconvexe sur l'espace projectif complexe, n'ayant pas de point critique intérieur et possédant au moins un point frontière, est holomorphiquement complet[2]. Dans cette démonstration, la métrique kählérienne projective jouait un rôle essentiel.

Dans le présent mémoire, nous nous proposons de montrer que la métrique joue le même rôle aussi sur une variété kählérienne générale.

Soit $d(P)$ la distance d'un point P à la frontière d'un domaine pseudoconvexe $\mathscr{D}$, mesurée par une métrique kählérienne. Lorsque $\mathscr{D}$ s'étend sur l'espace numérique $\mathbf{C}^n$ et que l'on mesure la distance par la métrique euclidienne, la fonction $-\log d(P)$ est une fonction pseudoconvexe dans $\mathscr{D}$[3]. Lorsque $\mathscr{D}$ s'étend sur l'espace projectif et que la distance $d(P)$ est mesurée par la métrique projective, la fonction $-\log d(P)$ est fortement pseudoconvexe. Mais, sur une variété kählérienne générale, il n'en est pas ainsi.

Cependant, on peut introduire un ordre de pseudoconvexité $\omega(-\log d)$ de la fonction $-\log d(P)$ et l'évaluer inférieurement par une quantité propre de la variété kählérienne, pourvu que la métrique soit analytique réelle. Cette évaluation permet à la métrique de jouer le rôle fondamental.

---

1) Les numéros entre crochets renvoient à la bibliographie, placée à la fin de ce mémoire.

2) Ce théorème est dû à M^{me} Fujita ; voir [6].

3) Voir [9], p. 40 ; [10], p. 117.