J. Math. Kyoto Univ. (JMKYAZ)
12-2 (1972) 297-305

Sur l'existence des feuilletages S^1-invariants

Par

Hideki IMANISHI

(Received August 19, 1971)

§ 1. Introduction.

Soit M une variété différentiable de classe C^r, $\infty \geqq r \geqq 1$, sur laquelle opère le groupe $S^1(=SO(2))$ différentiablement et sans point fixé. Alors M est un S^1 fibré principal sur la variété quotiente $X=M/S^1$ et, comme un S^1-fibré, M est classifié par une classe d'homotopie d'application f de X dans l'espace classifiant BS^1 du groupe S^1. Puisque $BS^1=CP^\infty=K(Z, 2)$, M est aussi caractérisé par la première classe de Chern $c_1=f^*(x)\in H^2(X:Z)$ où x est le générateur de $H^2(CP^\infty:Z)$.

Un feuilletage $\mathcal{F}$ sur M de codimension 1 et de classe C^r est dit *invariant* si pour chaque feuille F de $\mathcal{F}$ et pour chaque élément g de S^1, $g\cdot F$ est aussi une feuille de $\mathcal{F}$. Si $\mathcal{F}$ est invariant alors une feuille de $\mathcal{F}$ est ou bien transversale aux fibres S^1 ou bien stable sous l'action de S^1. On dit qu'un feuilletage invariant est *simple* s'il est transversalement orientable et si les feuilles stables sont discrètes, c'est à dire, pour chaque feuille stable F il existe un voisinage tubulaire U de F tel que U ne contient aucune feuille stable sauf F.

Théorème 1. *Sur un S^1-fibré principal M il existe un feuilletage simple $\mathcal{F}$ si et, quand $\mathcal{F}$ a un nomble fini de feuilles stables, seulement si c_1^2 est d'ordre fini.*