J. Math. Kyoto Univ. (JMKYAZ)
13-3 (1973) 513-528

Eine Verallgemeinerung der Cohen-Macaulay Ringe und Anwendungen auf ein Problem der Multiplizitätstheorie.

Von

Jürgen STÜCKRAD und Wolfgang VOGEL

(Communicated by Professor Nagata, October 31, 1972)

§ 1. Sei A ein lokaler Ring (kommutativ mit Einselement und noethersch) mit dem einzigen maximalen Ideal $\mathfrak{m}$. Sei $\mathfrak{q}$ ein Parameterideal, d.h. ein $\mathfrak{m}$-primäres Ideal, das von einem System von Parametern erzeugt wird (für die Grundbegriffe verweisen wir auf [5]). Mit $\dim(A)$ bezeichnen wir die Krull-Dimension von A. Für genügend grosses n betrachten wir das Hilbert-Samuel Polynom, das wir wie folgt aufschreiben:

$$\ell(A/\mathfrak{q}^{n+1})=e_0(\mathfrak{q}, A)\binom{n+d}{d}-e_1(\mathfrak{q},A)\binom{n+d-1}{d-1}+\cdots+ \\ +(-1)^d e_d(\mathfrak{q}, A),$$

wobei $d=\dim(A)$ und die Koeffizienten ganzrationale Zahlen sind.

D. A. Buchsbaum stellt in [2], S.228 das Problem (P), die Differenz $\ell(A/\mathfrak{q})-e_0(\mathfrak{q}, A)$ durch eine Invariante zu bestimmen, die also von $\mathfrak{q}$ unabhängig sein soll. Insbesondere wird vermutet, dass gilt:

$$\ell(A/\mathfrak{q})-e_0(\mathfrak{q}, A)=\dim(A)-\operatorname{codh}(A),$$

wobei $\operatorname{codh}(A)$ die homologische Kodimension bezeichnet, siehe hierzu z.B. [7], S.IV-14, Prop. 6.

In [9] wird nun unter anderem gezeigt, dass es lokale Ringe A