J. Math. Kyoto Univ. (JMKYAZ)
16-1 (1976) 185-200

Equation de Schrödinger et equation de particule brownienne

Par

Shigeyoshi OGAWA

(Communicated by Prof. Watanabe Feb. 13, 1975)

1. Introduction.

On s'intéresse à comprendre l'équation de Schrödinger, une équation fondamentale dans la théorie de la mécanique quantique, en termes propres au processus de mouvement brownien. L'idée essentielle de l'étude se trouve à la notion de processus aléatoire généralisé que nous allons étudier au paragraphe 2 de l'article. Or, en matière d'études probabilistes de l'équation, on se rappelerait aussitôt un problème mathématique provoqué par l'article très génial de monsieur R. P. Feynman publié en 1948 [1]: la justification d'une intégrale dite l'intégrale de Feynman.

Malheureusement des résultats obtenus dans ce domaine mathématique sont plus ou moins négatifs à ce propos et nous al'ons donc choisir un autre chemin. Et pourtant nous constatons que notre point de départ est à la pensée de M. Feynman. Celle-ci étant belle, il serait très agréable d'y trouver une vérité mathématique.

Justement pour nous rappeler son idée et pour expliquer en même temps la nôtre, nous imaginons maintenant une particlue se mouvant dans l'espace $\boldsymbol{R}^1$ où il n'existe qu'un potentiel $U(x)$ $(x\in\boldsymbol{R}^1)$ comme champs de force extérieure. Supposons que le mouvement de la particule est tel que sa trajectoire soit représentée par une fonction réelle du temps $\{X_t,\ t\geq 0\}$. Alors ce que M. Feynman a espéré, c'est d'obtenir une solution de l'équation de Schrödinger par une opération formelle, dite l'intégrale de Feynman, sur la fonction $\psi(t,x;X)=\exp\{i/\hbar \cdot\int_0^t L(X_s(t,x))ds\}$ $(i=\sqrt{-1})$ où $X.(t,x)$ est la trajectoire passant