J. Math. Kyoto Univ. (JMKYAZ)
24-4 (1984) 755-761

Applications holomorphes injectives de C^2 dans lui-même qui exceptent une droite complexe

Dédié au Professeur Yukio Kusunoki à son soixantième anniversaire

Par

Yasuichiro NISHIMURA

(Communiqué par Prof. Y. Kusunoki, le 8 Octobre, 1983)

Introduction.

Le présent mémoire concerne seulement des applications holomorphes de $\boldsymbol{C}^2$ dans lui-même, qu'on appellera ici applications entières. On dira qu'une application entière F excepte un ensemble A si son image $F(\boldsymbol{C}^2)$ ne rencontre par A. Nous disons qu'elle est une application entière à jacobien constant, si son déterminant jacobien est une constante.

Il est bien connu, au nom de l'exemple de Fatou [3] et Bieberbach [2], qu'il existe une application entière injective à jacobien constant qui excepte un ensemble ouvert. Kodaira [4] a construit une application entière injective qui excepte une droite complexe. L'auteur [5] a construit une application entière injective à jacobien constant qui excepte un voisinage d'une droite complexe (voir l'exemple 1 au n° 1).

Dans ce mémoire, en nous basant sur l'exemple 1, nous traitons des applications entières injectives qui exceptent une droite complexe.

Le théorème 1 au n° 1 montre un phénomène intéressant présenté par les applications entières injectives à jacobien constant:

Soient p et q deux nombres positifs. Posons

$$X=\{(x,y)\in\boldsymbol{C}^2\,|\,y=0\},\ Y=\{x=0,\ |y|\leqq q\}\cup\{|x|\leqq p,\ |y|=q\}$$

et $A=\{|y|\leqq q,\ |xy|\leqq pq\}$. Si une application entière injective à jacobien constant excepte $X\cup Y$, alors elle excepte aussi A.

Deux exemples complètent ce théorème; l'exemple 2 montre que le voisinage A de X ne peut être remplacé par aucun voisinage contenant A; l'exemple 3 montre que, pour une application entière injective dont le jacobien n'est pas nécessairement constant, le théorème n'est plus vrai.

*A*u n° 2, nous traitons des applications entières injectives dont le jacobien n'est pas nécessairement constant. L'exemple 4 et le théorème 2 présentent une condition de la grandeur à l'infini d'un voisinage d'une