J. Math. Kyoto Univ. (JMKYAZ)
24-1 (1984) 699-704

Sur la question d'existence de solutions d'une équation différentielle stochastique du type noncausal

Par

Shigeyoshi OGAWA

(Communiquée par Prof. M. Yamaguti le 4. Août 1983)

[1] Etant donnés le processus du mouvement brownien réel $\{B(x, w); x \geq 0\}$ et une variable aléatoire réelle $r(w)$, définis sur un espace probabilisé $(W, \mathscr{F}, P)$, on a à chercher l'existence de solutions du problème de Cauchy d'une équation différentielle stochastique du type noncausal comme suit,

$$(1) \qquad \begin{cases} dX(x, w) = a(x, X)dx + b(x, X)dB(x) \\ X(0, w) = r(w), \ P-p.\ s., \end{cases}$$

où $a(x, y)$ et $b(x, y)$ $((x, y) \in [0, 1] \times \boldsymbol{R}^1)$ sont des fonctions réelles quelconques.

Définition. Par la solution du problème (1), on entend un couple $(X, \{\varphi_n\})$ d'une fonction aléatoire $X(x, w)$ $((x, w) \in [0, 1] \times W)$ et une base orthonormale dans l'espace hilbertien réel $L^2(0, 1)$ satisfaisante à l'équation suivante,

$$(2) \qquad X(x, w) - r(w) = \int_0^x a(y, X(y, w))dy + \int_0^x b(y, X(y, w))d_\varphi B(y),$$

où le terme $\int b \, d_\varphi B(y)$ signifie l'integrale stochastique du type noncausal par rapport à la base $\{\varphi_n\}$, (voir [2], [3]).

Il n'est pas difficile de voir l'existence de solution si la donnée $r(w)$ est un nombre réel déterministe r (ou bien, une variable aléatoire indépendante du processus $\{B(x, w); x \geq 0\}$). En effet, prenons le système des foncitions trigonométriques $\{1, \sqrt{2}\cos 2\pi nx, \sqrt{2}\sin 2\pi nx: n \geq 1\}$ pour la base $\{\varphi\}$ et considérons une solution $Y(x, w)$, à supposer qu'il existe, de l'équation integrale suivante,

$$(3) \qquad Y(x, w) - r = \int_0^x a(y, Y(y, w))dy + \int_0^x b(y, Y(y, w))dB(y),$$