J. Math. Kyoto Univ. (JMKYAZ)
26-1 (1986) 101-155

Une théorie trois-dimensionnelle des ondes de surface de l'eau et le développement de Friedrichs

Par

Tadayoshi KANO

à Gen SODA et Hideo OKAMURA
qui nous ont quitté trop tôt

§1. Introduction.

1.1. On va démontrer, dans cet article, l'existence locale par rapport au temps de solution analytique du problème de Cauchy pour les ondes de surface de l'eau en écoulement trois-dimensionnel irrotationnel. En s'appuyant sur ce théorème d'existence, on donnera ensuite une justification mathématique du développement de Friedrichs [8], [28], ce qui est une généralisation du résultat de [14] pour l'écoulement trois-dimensionnel.

Il s'agit en fait de résoudre les équations suivantes pour le potentiel de vitesses $\Phi=\Phi(t, x, y, z)$ et la frontière libre définie par $F(t, x, y, z)=z-\Gamma(t, x, y)=0$:

$$\Phi_{xx}+\Phi_{yy}+\Phi_{zz}=0 \quad \text{dans} \quad \Omega(t), \tag{1.1}$$

$$\Phi_z=0, \quad (x, y)\in \boldsymbol{R}^2, \quad z=0, \tag{1.2}$$

$$\left.\begin{aligned} &\Phi_t+\frac{1}{2}(\Phi_x^2+\Phi_y^2+\Phi_z^2)+gz=0 && (1.3)\\ &\Gamma_t+\Gamma_x\Phi_x+\Gamma_y\Phi_y-\Phi_z=0 && (1.4)\end{aligned}\right\} z=\Gamma(t, x, y)$$

où $\Omega(t)=\{(x, y, z): (x, y)\in \boldsymbol{R}^2, 0<z<\Gamma(t, x, y)\}$, $t>0$, est le domaine occupé par l'eau, en connaissant le domaine $\Omega(0)$ pour $t=0$ défini par

$$\Phi(0, x, y, z)=\Phi_0(x, y, z): \text{harmonique}, \tag{1.5}$$

$$\Gamma(0, x, y)=\Gamma_0(x, y)>0: \text{analytique}, \tag{1.6}$$

g: la constante de gravité.

On résoudra dans ce qui suit le problème (1.1)–(1.6) sous la forme non-dimensionnelle suivante dépendant du paramètre non-dimensionnel $\delta=h/\lambda$, le

Communiqué par Prof. Mizohata, le 8 Octobre 1984.