

Une théorie trois-dimensionnelle des ondes de surface de l'eau et le développement de Friedrichs

Par

Tadayoshi KANO

SECONDE PARTIE

LE DÉVELOPPEMENT DE FRIEDRICHS ET LES ÉQUATIONS APPROCHÉES

Notice préliminaire.

Nous étudions dans cet article l'évolution temporaire des ondes de surface de l'eau en écoulement trois-dimensionnel irrotationnel.

Il s'agissait, en fait, d'étudier le problème non-dimensionnel suivant dépendant d'un paramètre non-dimensionnel $\delta \in [0, 1]$:

$$\begin{aligned} \delta^2(\Phi_{xx} + \Phi_{yy}) + \Phi_{zz} &= 0 \quad \text{dans } \Omega(t), \\ \Phi_z &= 0, \quad z=0, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2, \\ \delta^2\left(\Phi_t + \frac{1}{2}(\Phi_x^2 + \Phi_y^2) + z\right) + \frac{1}{2}\Phi_z^2 &= 0 \\ \delta^2(\Gamma_t + \Gamma_x\Phi_x + \Gamma_y\Phi_y) - \Phi_z &= 0 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \delta^2(\Phi_{xx} + \Phi_{yy}) + \Phi_{zz} &= 0 \quad \text{dans } \Omega(t), \\ \Phi_z &= 0, \quad z=0, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2, \\ \delta^2\left(\Phi_t + \frac{1}{2}(\Phi_x^2 + \Phi_y^2) + z\right) + \frac{1}{2}\Phi_z^2 &= 0 \\ \delta^2(\Gamma_t + \Gamma_x\Phi_x + \Gamma_y\Phi_y) - \Phi_z &= 0 \end{aligned}} \right\} z = \Gamma(t, x, y),$$

avec des données de Cauchy

$$\Phi(0, x, y, z) = \Phi_0(x, y, z), \quad \Gamma(0, x, y) = \Gamma_0(x, y) > 0.$$

Dans la première partie de cet article (numéro précédent), nous avons démontré, localement par rapport au temps, l'existence de solution de ce problème dans une échelle d'espaces de Banach de fonctions analytiques (§§ 3-4).

Nous y avons également démontré que cette solution était en fait, sur la surface, indéfiniment différentiable par rapport à ce paramètre δ dans cette échelle d'espaces de Banach, § 5. Ce qui donne une justification mathématique du développement de Friedrichs sur la surface comme développement asymptotique.

Dans la présente seconde partie, tout d'abord, on procède effectivement ce développement de Friedrichs sur la surface de l'eau, pour donner ainsi une justification mathématique pour les équations des ondes de surface en eau peu profonde en cas de l'écoulement trois-dimensionnel, § 6.