J. Math. Kyoto Univ. (JMKYAZ)
31-2 (1991) 377-417

Distributions sphériques invariantes sur les espaces symétriques semi-simples G_c/G

Par

Shigeru SANO

Soit G un groupe de Lie semi-simple connexe et soit H le sous-groupe des points fixes d'un automorphisme involutif σ de G. On étudie la méthode oribtale sur l'espace symétrique G/H. Le travail [25] est consacré à l'étude locale. On discute la théorie grobale. Nous étudions des distributions sphériques invariantes (=DSI). On définit une application φ de G dans G par $\varphi(g)=g\sigma(g)^{-1}$ $(g\in G)$, et on appelle X son image. Alors G/H et X sont isomorphes comme G-espaces symétriques. On démontre la formule d'intégration de Weyl pour la décomposition orbitale de X sous l'action de H (Proposition 2.1). Les mesures sur G/H, H et X sont normalisées à l'aide de l'application linéaire bijective γ définie dans la définition 2.4 [25]. Soit $D_l(x)$ le coefficient du polynôme caractéristique sur qui détermine les éléments de Weyl. Le jacobien est donné par $|D_l(x)|^{1/2}$.

Soit X' l'ensemble des éléments réguliers de X. La restriction de DSI sur X à X' est une fonction analytique. Il nous semble que cette fonction soit expremée par $D_l(x)$. Mais pour l'espace symétrique général, c'est un problème difficile. Nous étudions, ainsi, les DSI sur l'espace $G\times G/G$ qui désigne un espace symétrique soit de type G, soit de type G_c/G. Le groupe G et l'espace symétrique G_c/G sont c-duaux. L'espace $G\times G/G$ peut être considéré comme une forme réelle de G_c (au sens de [25]). Pour un opérateur différentiel invariant D sur $X\cong G\times G/G$, on détermine la partie radiale de D en utilisant des caractères de représentations de dimension finie de G (Théorème 7.1). La fonction analytique exprimant DSI sur X' sera ensuite déterminée (Proposition 7.2).

Les DSI sur G/H sont-elles localement intégrables? On discutera le problème pour $G\times G/G$ en clarifiant les raisons pour lesquelles les propositions ne sont pas étandues sur l'espaces symétrique générale G/H.

Réciproquement, étant donnée une fonction analytique invariante Φ sur X' on donne une condition nécessaire et suffisante pour que Φ définisse une distribution sphérique invariante sur X (Théorème 11.1).

Les résultats ci-dessus sont déjà annoncés dans [24]. Dans la publication [20], nous avons aussi écrit les démonstrations. Etant donné que la circulation de cette dernière est limitée, nous pensons, il est utile de publier à nouveau le présent article contenant les démonstrations complètes et des exemples.

Reçu le Décembre 30, 1988; Révisé le Mai 9, 1990