REMARQUES SUR LA DEFINITION ET SUR LES PROPRIETES DES LOIS STABLES

PAR

E. J. AKUTOWICZ

Introduction

Le présent article traite surtout des processus aléatoires engendrés par une loi stable de probabilité de densité

$$S_\sigma(y, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-iy\xi - t|\xi|^\sigma} \, d\xi, \qquad -\infty < y < \infty,$$

sur la demi-droite $R_+ : 0 \leq t < \infty$, où le paramètre σ est restreint à l'intervalle $1 \leq \sigma < 2$. Un processus aléatoire est souvent identifiable avec une mesure de probabilité dans un espace fonctionnel. Par exemple, le processus du mouvement brownien, qui correspond à $\sigma = 2$, est identifié avec la mesure de Wiener dans l'espace des fonctions numériques sur R_+ appartenant à chaque classe de Lipschitz d'exposant $< \frac{1}{2}$. Nous montrerons, en profitant des idées de L. Schwartz et Yu. V. Prohorov, qu'il est tout à fait naturel du point de vue de l'analyse fonctionnelle de considérer les processus stables ($1 \leq \sigma < 2$) comme de bonnes mesures de Radon concentrées sur le dual d'un espace de Banach B_ω, défini par un poids $\omega(t) > 0$ convenable. L'espace B_ω consiste en les limites uniformes des fonctions réelles étagées sur certains sous-intervalles de R_+. Il est muni de la norme

$$\| \phi \|_\omega = \max_{t \geq 0} | \phi(t) | \, \omega(t) \qquad (\phi \in B_\omega).$$

Le dual $\mathfrak{M}_\omega$ de B_ω consiste donc en des fonctions d'ensembles, additives au sens restreint.

Evidemment, cela dépend du choix du poids ω. L'expérience montre, ainsi que les travaux de S. Bochner [2], [3], que le poids $\omega(t)$ devrait être suffisamment grand pour les valeurs de t voisines de $t = 0$, et que, d'autre part, $\omega(t)$ peut être arbitrairement petit ailleurs (même identiquement nul). Un choix convenable de ω est

$$\omega(t) \sim t^{1/\sigma - (1+\varepsilon)} \qquad (t \to 0+)$$

où $\epsilon > 0$ est arbitrairement petit. C'est là, peut-être, le contenu principal de ce travail.

Dans un autre article [1], nous montrerons que les mesures construites ici peuvent être utilisées pour résoudre certaines équations d'évolution perturbées.

1. L'espace B_ω et son dual $\mathfrak{M}_\omega$

Dans la suite nous entendrons par "mesure" une mesure de Radon [4], [12].

Received January 13, 1967.