ILLINOIS JOURNAL OF MATHEMATICS
Volume 32, Number 2, Summer 1988

FORMES LINEAIRES DE LOGARITHMES SUR LES GROUPES ALGEBRIQUES COMMUTATIFS

PAR

PATRICE PHILIPPON ET MICHEL WALDSCHMIDT

1. Introduction

Les méthodes de transcendance permettent d'obtenir des résultats assez généraux sur l'indépendance linéaire de certains nombres. Ainsi la méthode de Baker a permis d'abord de résoudre le problème de l'indépendance linéaire, sur le corps des nombres algébriques, de logarithmes de nombres algébriques, et de plus de minorer des formes linéaires s'écrivant

$$\beta_0 + \beta_1 \log \alpha_1 + \cdots + \beta_n \log \alpha_n \tag{1.1}$$

(voir [1]). Cette méthode a ensuite été développée, notamment par Baker, Coates, Masser, Lang, Anderson, Feldman, Laurent, pour l'étude de la transcendance ou de l'indépendance linéaire de périodes d'intégrales elliptiques de première, deuxième ou troisième espèce, et pour l'indépendance linéaire de logarithmes de points algébriques sur des courbes elliptiques ou des variétés abéliennes de type C-M. Le théorème de Wüstholz [13, th. 8] donne un énoncé général sur les groupes algébriques commutatifs qui contient, sous leur aspect qualitatif, les résultats précédents.

Notre but est ici de généraliser ces résultats aussi dans leur aspect quantitatif, c'est à dire d'apporter un raffinement effectif au théorème de Wüstholz, en donnant des énoncés d'approximation diophantienne sur les groupes algébriques commutatifs. Un tel raffinement a déjà été annoncé par Wüstholz, mais, si on applique directement le lemme de zéros de Wüstholz (cf. [13, th. 2]) une hypothèse indésirable apparait; par exemple, dans le cas usuel (1.1), on doit supposer soit $\beta_0 \neq 0$, soit $1, \beta_1, \ldots, \beta_n$ linéairement indépendants sur $\mathbf{Q}$, alors que le cas le plus important pour les applications est celui où β_0 est nul et $\beta_1, \ldots, \beta_n$ tous rationnels. Dans un des cas particuliers les plus intéressants (i.e., pour une application au théorème de Siegel sur les points entiers sur une courbe algébrique), D. Bertrand [2, prop. 8], [3, th. 2] a réussi à éliminer cette hypothèse en utilisant le lemme de zéros de [7].

Received November 5, 1986.