

## MECANIQUE HAMILTONIENNE EN PRESENCE DE CONTRAINTES

---

P. DAZORD

Le but de cet article est de donner une formulation hamiltonienne de la mécanique de systèmes de solides en présence de contraintes. Le cadre est celui de la mécanique “indépendante du temps” ce qui signifie que les forces données ne dépendent pas du temps et que le temps n’apparaît pas explicitement dans les équations de liaisons (éventuellement après dérivation par rapport au temps). La mise en équation utilisera la forme générale du principe de d’Alembert [2]. Les difficultés rencontrées dans l’application de ce principe tiennent pour une part à l’utilisation d’une forme restreinte du principe, énoncé seulement pour les *déplacements virtuels compatibles avec les liaisons* (cf. [1] par exemple), ce qui n’est légitime que si les liaisons sont *holonomes parfaites*, c’est-à-dire, grossièrement parlant, des liaisons holonomes dont la nature mécanique (consommation d’énergie) est déterminée par leur nature géométrique. Ces difficultés tiennent pour une autre part au fait qu’en présence de frottements entre solides on se trouve—dans le cadre de la mécanique des solides—aux frontières de validité de la théorie (cf. §1 hypothèse H.).

*Du point de vue mécanique*, on distingue parmi les liaisons, les liaisons actives et les liaisons passives.

**Les liaisons actives** comportent un dispositif, intérieur ou extérieur au système, lui fournissant, au sens algébrique, de l’énergie. Le type même de ces liaisons est constitué par les mécanismes de contrôle ou liaisons d’asservissement: afin d’imposer à un système mécanique certaines restrictions à son mouvement on introduit un mécanisme—et donc des paramètres géométriques supplémentaires—et des liaisons entre certains de ces paramètres. Ainsi pour stabiliser un bateau soumis à la houle place-t-on dans le bateau un gyroscope dont le carter est mobile par rapport à un axe perpendiculaire à l’axe longitudinal du bateau. Un moteur, fixé sur le bateau et agissant sur le carter, réalise la liaison d’asservissement et fournit l’énergie nécessaire à la stabilisation (cf. infra §7).

---

Received February 24, 1992.

1991 Mathematics Subject Classification. Primary 58F05; Secondary 73A05, 93B27, 70H05.

© 1994 by the Board of Trustees of the University of Illinois  
Manufactured in the United States of America