

STABILITÉ TOPOLOGIQUE DES STRUCTURES DE CONTACT EN DIMENSION 3

VINCENT COLIN

1. Introduction

1.1. Présentation du résultat principal. Soit ξ un champ de plans de classe C^1 sur une variété V de dimension 3, défini localement comme le noyau d'une 1-forme non singulière α . Le champ de plans ξ est dit de contact si la 3-forme $\alpha \wedge d\alpha$ ne s'annule pas. Cette condition signifie géométriquement que le champ ξ satisfait une propriété de non-intégrabilité maximale : il ne possède par exemple aucune surface intégrale. En ce sens, la notion de structure de contact est opposée à celle de feuilletage (ξ définit un feuilletage si et seulement si $\alpha \wedge d\alpha \equiv 0$).

Une question centrale de la topologie de contact est celle de la classification à isotopie près de ces structures : on dit que deux structures de contact ξ_0 et ξ_1 définies sur une même variété V sont isotopes, s'il existe un difféomorphisme ϕ_1 de V , isotope à l'identité par une isotopie $(\phi_t)_{t \in [0,1]}$ de V , tel que $\phi_{1*}(\xi_0) = \xi_1$. On note alors que pour tout $t \in [0, 1]$, le champ de plans $\xi_t = \phi_{t*}(\xi_0)$ est de contact.

Un résultat obtenu par J. Gray à la fin des années 50 [Gr] a ouvert une première voie vers la classification des structures de contact en donnant une réciproque à cette dernière remarque : sur une variété fermée V (compacte sans bord), tout chemin de structures de contact $(\xi_t)_{t \in [0,1]}$ est de la forme $\xi_t = \phi_{t*}(\xi_0)$ pour une certaine isotopie $(\phi_t)_{t \in [0,1]}$ de V ($\phi_0 = \text{Id}_V$). Ainsi, comme la condition de contact est ouverte pour la topologie C^1 , toute structure de contact ξ_1 suffisamment C^1 -proche d'une structure ξ_0 lui est isotope (on peut en particulier, à l'opposé de ce qui se passe dans le monde des feuilletages, déformer toute structure de contact de classe C^1 en une structure de classe C^∞). L'objectif de ce texte est de prouver la stabilité C^0 des structures de contact de dimension 3.

THÉORÈME 1.1. *Si (V, ξ_0) est une variété de contact fermée de dimension 3, toute structure de contact C^0 -proche de ξ_0 lui est isotope.*

Ce résultat ne semble pas se généraliser en dimension supérieure (voir la remarque 1.2).

Je remercie vivement Emmanuel Giroux, dont les nombreuses suggestions ont permis à ce texte d'exister, et François Laudénbach dont les remarques ont contribué

Reçu le 20 avril 1998. Révision reçue le 23 octobre 1998.

1991 *Mathematics Subject Classification*. Primary 53C15.