Vol. 87, No. 2 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL © 1997

JUSTIFICATION DE L'OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE NON LINÉAIRE POUR UN SYSTÈME DE LOIS DE CONSERVATION

C. CHEVERRY

0. Introduction. On considère un système strictement hyperbolique de N lois de conservation:

$$(\partial_t u)(t, x) + \partial_x[f(u(t, x))] = 0 \tag{0.1}$$

où les symboles $u(t, x)$ et $f(u)$ désignent des vecteurs colonne dont les composantes, pour un indice i variant entre 1 et N, sont respectivement notées $u^i(t, x)$ et $f^i(u)$.

On suppose que chaque champ caractéristique est soit vraiment non linéaire soit linéairement dégénéré. Les valeurs propres $\lambda_i(u)$ de la matrice $Df(u)$ sont rangées par ordre croissant:

$$\lambda_1(u) < \lambda_2(u) < \cdots < \lambda_{N-1}(u) < \lambda_N(u). \tag{0.2}$$

On sélectionne un état de base u_0. Quitte à opérer une translation, on peut toujours imposer:

$$u_0 = 0. \tag{0.3}$$

Pour les différentes vitesses à l'état de base, on écrit simplement λ_i au lieu de $\lambda_i(0)$. On change au besoin d'inconnue u de manière à obtenir un système mis sous forme diagonale au point u_0:

$$Df(u_0) = Df(0) = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_N \end{bmatrix}. \tag{0.4}$$

Chaque composante de la condition initiale associée à (0.1) est choisie sous la forme d'une oscillation de faible amplitude:

$$u_\varepsilon(0, x) := (u_\varepsilon^i(0, x))_i := \left(\varepsilon h^i\left(x, \frac{\psi_0^i(x)}{\varepsilon}\right)\right)_i. \tag{0.5}$$

Reçu le 3 janvier 1995. Révision reçu le 29 avril 1996.