Vol. 83, No. 2 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL © May 1996

CORRESPONDANCE DE HOWE POUR LES GROUPES RÉDUCTIFS SUR LES CORPS FINIS

ANNE-MARIE AUBERT, JEAN MICHEL ET RAPHAËL ROUQUIER

Soit (G, G') une paire de sous-groupes d'un groupe symplectique $\mathbf{Sp}_{2n}(\mathbb{F}_q)$ (où $\mathbb{F}_q$ est un corps fini de caractéristique p impaire) dont chacun est le centralisateur de l'autre dans $\mathbf{Sp}_{2n}(\mathbb{F}_q)$. Suivant R. Howe (voir [H1] et [H2]), il y a une correspondance entre représentations de G et de G' donnée par la représentation de Weil ω du groupe symplectique $\mathbf{Sp}_{2n}(q) := \mathbf{Sp}_{2n}(\mathbb{F}_q)$.

Plus précisément, si $(G_m, G'_{m'})$ est une paire réductive duale irréductible dans $\mathbf{Sp}_{2n}(q)$, i.e., l'une des paires $(\mathbf{Sp}_{2m}(q), \mathbf{O}^{\pm}_{2m'}(q))$ (avec $n = 2mm'$), $(\mathbf{Sp}_{2m}(q), \mathbf{O}_{2m'+1}(q))$ (avec $n = m(2m' + 1)$), $(\mathbf{U}_m(q), \mathbf{U}_{m'}(q))$, $(\mathbf{GL}_m(q), \mathbf{GL}_{m'}(q))$ (avec $n = mm'$), la restriction de ω à $G_m.G'_{m'}$ définit une application entre groupes de Grothendieck de représentations complexes $\mathscr{R}(G_m) \to \mathscr{R}(G'_{m'})$ que nous appellerons correspondance de Howe.

Le but de notre article est de décrire cette correspondance. Nous obtenons une formule explicite pour les paires linéaires et unitaires et présentons une formule conjecturale pour les paires symplectiques-orthogonales.

Nous partons d'un résultat de Bhama Srinivasan [Sr, 4.3] décrivant la projection sur l'espace des fonctions uniformes (i.e., combinaisons linéaires de caractères de Deligne-Lusztig) de la restriction à $G_m.G'_{m'}$ d'une représentation apparentée $\omega^\flat$ qui a été définie par Gérardin (cf. [G, théorème 2.4 (c)]). Pour les paires symplectiques-orthogonales, les représentations ω et $\omega^\flat$ ont même restriction à $G_m.G'_{m'}$; dans les cas linéaires et unitaires, ces restrictions diffèrent par la multiplication par une représentation de G_m à valeur dans $\{-1, 1\}$. L'étude de la correspondance de Howe peut donc être remplacée par celle de l'application linéaire Θ entre groupes de Grothendieck $\mathscr{R}(G_m) \to \mathscr{R}(G'_{m'})$ induite par $\omega^\flat$.

Le groupe G_m étant dans tous les cas considérés l'ensemble des points rationnels d'un groupe algébrique réductif $\mathbf{G}$ sur une clôture algébrique $\overline{\mathbb{F}}_q$ de $\mathbb{F}_q$, défini sur $\mathbb{F}_q$, si F est l'endomorphisme de Frobenius correspondant, on a $G_m = \mathbf{G}^F$. Srinivasan n'ayant considéré que les paires $(\mathbf{Sp}_{2m}(q), \mathbf{SO}^{\pm}_{2m'}(q))$ (au lieu de toutes les paires symplectiques-orthogonales), nous supposerons les groupes orthogonaux pairs dans la suite, sauf mention contraire. Cependant nous pourrons traiter le cas de $\mathbf{O}_{2m'}$ (et pas seulement $\mathbf{SO}_{2m'}$) en étendant certains résultats aux groupes non connexes. Soit $\mathbf{G}$ un groupe algébrique connexe, et soit $\mathbf{G}^*$ un groupe dual de $\mathbf{G}$ (i.e., dont le système de racines est dual du système de racines de $\mathbf{G}$) et F^* une isogénie de $\mathbf{G}^*$ duale de F. Lusztig a défini une partition de l'ensemble des représentations irréductibles de $\mathbf{G}^F$ en séries $\mathscr{E}(\mathbf{G}^F, (s))$ para-

Reçu le 15 octobre 1993. Révision reçue le 7 juillet 1995.