

CONGETTURE RIGUARDANTI ALCUNI PROBLEMI DI EVOLUZIONE

ENNIO DE GIORGI

Summary. I have greatly appreciated the invitation to write a paper in honor of John F. Nash Jr., a scientist who has been a major source of new ideas for mathematicians. His work has been a clear example of how the most original mathematical ideas are often close to the fundamental problems of other disciplines. I believe that this example is very important for any student who is still motivated by the drive that the ancients called *philosophy*, that is, love for Wisdom.

The character of my paper is exploratory. Some conjectures concerning "evolution problems" are presented. They are related to the "steepest descent," to the approximations of Newton's gravitation law, to hyperbolic nonlinear equations, and to "descent movements" of manifolds.

The article identifies several questions, of which I do not know the solution, and points out a number of analogies between problems that are apparently far from each other. I believe that the study of these conjectures might provide an opportunity for scientists who are expert in different fields within pure and applied mathematics to get together and ponder the connections that exist among various mathematical concepts, such as linear vs. nonlinear behavior, stability vs. instability, or convergence of different approximation methods, and certain ideas well developed in physics, such as deterministic vs. nondeterministic behavior, predictability vs. nonpredictability, order and chaos, etc.

Introduzione. In questo lavoro esporrò alcune congetture relative a "problemi di evoluzione" legate all'idea di "discesa secondo la massima pendenza," alla legge di gravitazione universale di Newton, alle equazioni iperboliche e ai movimenti di varietà immerse in uno spazio euclideo.

È mia opinione, che lo studio di queste congetture possa servire a una migliore comprensione dei fenomeni che si possono presentare quando si approssimano problemi "più difficili e più instabili" mediante problemi "meno difficili e più stabili." In particolare, si dovrebbe vedere quando un processo di approssimazione non converge in corrispondenza a tutti i "dati ammissibili" ma si ha convergenza e una certa stabilità del limite solo in corrispondenza a un "insieme denso" di dati oppure a "quasi tutti" i dati. Naturalmente, le nozioni di "stabilità," di "insieme denso," e di "quasi tutti" sono legate all'introduzione di ragionevoli topologie, metriche o di qualche misura significativa nella famiglia dei dati ammissibili.

Received 12 March 1995.