Vol. 80, No. 1 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL October 1995

DÉRIVÉES D'UN MODULE DE DRINFELD ET TRANSCENDANCE

LAURENT DENIS

1. Position du problème. On désigne par $\mathbf{F}_q[T]$ l'anneau des polynômes en une variable à coefficients dans le corps fini $\mathbf{F}_q$ de caractéristique $p > 0$, par $k = \mathbf{F}_q(T)$ son corps des fractions, par $k_\infty = \mathbf{F}_q((1/T))$ le complété de k pour la valuation $(1/T)$-adique v, que l'on prolonge à une clôture algébrique $\bar{k}$ (resp. $\bar{k}_\infty$) de k (resp. k_∞). On notera $|\alpha| = q^{-v(\alpha)}$, la valeur absolue d'un élément de $\bar{k}_\infty$.

On désigne encore par t une indéterminée, par A l'anneau $\mathbf{F}_q[t]$ des polynômes en t et par $\deg a$ le degré d'un polynôme a de $\mathbf{F}_q[t]$ et on conviendra que $\deg 0 = -\infty$. Par t-module de dimension N et de rang d, on entend la donnée d'un couple $E = (\mathbf{G}_a^N, \Phi)$ où $\mathbf{G}_a^N$ désigne le groupe additif de dimension N et Φ un homomorphisme injectif d'anneau de $\mathbf{F}_q[t]$ dans l'anneau $M_{N\times N}(\bar{k}_\infty)\{F\}$ des endomorphismes de $\mathbf{G}_a^N$ vérifiant:

$$\Phi(t) = a_0F^0 + \cdots + a_dF^d,$$

où les a_i $(0 \leqslant i \leqslant d)$ sont des matrices $N \times N$ à coefficients dans $\bar{k}_\infty$ avec $a_d \neq 0$, et F est l'endomorphisme de Frobenius sur $\mathbf{G}_a^N$ relatif à q. On conviendra que le rang d'un module nul est $-\infty$.

Nous utiliserons aussi le fait que $\Phi(t)$ est également une matrice $N \times N$ à coefficients dans $\bar{k}_\infty\{\tau\}$ (τ étant le Frobenius sur $\mathbf{G}_a$). Un sous-t-module H de E sera un sous-groupe algébrique connexe de $\mathbf{G}_a^N$ vérifiant $\Phi(t)(H) \subset H$.

En dimension 1 on a la notion de module de Drinfeld. Un module de Drinfeld D défini sur une extension K de k est la donnée du groupe additif $\mathbf{G}_a$ et d'un homomorphisme d'anneau $\Phi_D : \mathbf{F}_q[T] \to \mathrm{End}(\mathbf{G}_a)$ définit par:

$$\Phi_D(T) = TF^0 + a_1F + \cdots + a_dF^d;$$

où les a_i sont dans K et $a_d \neq 0$.

On note dorénavant par $'$ la dérivation continue d/dT de k_∞ dont on choisit un prolongement à la clôture séparable $(k_\infty)^s$ de k_∞ dans $\bar{k}_\infty$. On suppose donné un module de Drinfeld Φ de rang d défini sur $(k_\infty)^s$.

Il existe alors une unique fonction exponentielle, caractérisée par:

(1) pour tout $z \in \bar{k}_\infty$: $d/dz(e(z)) = 1$;

(2) pour tout $z \in \bar{k}_\infty$: $e(Tz) = \Phi_D(T)(e(z))$.

Reçu le 12 juillet 1993. Révision reçu le 21 février 1995.