Vol. 72, No. 2 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL © November 1993

LA SUITE SPECTRALE DES POIDS EN COHOMOLOGIE DE HYODO-KATO

A. MOKRANE

0. Introduction.

0.1. Soient X une variété analytique complexe, D le disque unité du plan complexe et $f: X \to D$ un morphisme propre d'espaces analytiques, lisse en dehors de 0; on supposera que la fibre centrale Y de f est un diviseur à croisements normaux réduit, somme de composantes lisses Y_i, $1 \leqslant i \leqslant a$. Le complexe des cycles proches $R\Psi_f(\mathbb{C})[\dim Y]$ est pervers et est muni de l'action de la monodromie T. Sous les hypothèses ci-dessus, T est unipotente et son logarithme $N = \log T$ est donc un endomorphisme nilpotent de $R\Psi_f(\mathbb{C})$. On dispose alors sur $R\Psi_f(\mathbb{C})$ d'une filtration finie et croissante $(M_k R\Psi_f(\mathbb{C}))_k$ de $R\Psi_f(\mathbb{C})$, dite filtration de monodromie, donnée par

$$M_k R\Psi_f(\mathbb{C}) = \sum_i \operatorname{Ker} N^{i+1} \cap \operatorname{Im} N^{i-k},$$

et les gradués associés à cette filtration sont donnés par la formule de *Steenbrink* [S],

$$\operatorname{Gr}_k^M(R\Psi_f(\mathbb{C})) = \bigoplus_{\#I = 2j+k+1,\, j \geqslant 0,\, j \geqslant -k} \mathbb{C}_{Y_I}[-\#I + 1], \tag{$*$}$$

où I parcourt les sous-ensembles de $\{1, \ldots, a\}$, $\#I$ désigne le cardinal de I, Y_I est la strate $\bigcap_{i \in I} Y_i$ associée à I et $\mathbb{C}_{Y_I}$ est le faisceau sur Y, égal au faisceau constant $\mathbb{C}$ sur Y_I et 0 ailleurs.

Si on suppose que les composantes Y_i sont kähleriennes, alors $R\Psi_f(\mathbb{C})$ est sous-jacent à un complexe de Hodge mixte dont la filtration par le poids est donnée par (M_k) [S] et la cohomologie des cycles proches $H^*(Y, R\Psi_f(\mathbb{C}))$ hérite d'une structure de Hodge mixte dont la filtration par le poids est, d'après $(*)$ et à une réindexation prés, la filtration aboutissement de la suite spectrale suivante

$$E_1^{-k, i+k} = \bigoplus_{j \geqslant 0,\, j \geqslant -k} H^{i-2j-k}(Y^{(2j+k+1)}, \mathbb{C})(-j-k) \Rightarrow H^i(Y, R\Psi_f(\mathbb{C})) \tag{$**$}$$

où $Y^{(j)}$ désigne la somme disjointe de toutes les strates Y_I avec $\#I = j$ et $(-j-k)$ est un twist à la Tate. La suite spectrale $(**)$ dégénère alors en E_2 et le résultat le plus profond de la théorie affirme que lorsque X est kählerienne, la filtration par le poids de $H^i(Y, R\Psi_f(\mathbb{C}))$ est la filtration de monodromie de N agissant sur $H^i(Y, R\Psi_f(\mathbb{C}))$ [S, 5.9], [Sa, 4.2.5].

Reçu le 3 août 1992. Révision reçu le 12 février 1993.