

DEUX THÉORÈMES DE COMPARAISON EN COHOMOLOGIE ÉTALE; APPLICATIONS

BRUNO KAHN

Introduction	137
I. Démonstration du théorème 1	143
1. La suite spectrale de Hochschild-Serre	143
2. Démonstration de (1)	146
3. La suite spectrale de Tate	147
4. Démonstration de (2)	150
II. Démonstration du théorème 2	150
5. Définition des produits	150
6. Démonstration du théorème 5.2	152
III. Deux autres applications	155
7. Une suite exacte en cohomologie galoisienne	155
8. Un lemme chinois en cohomologie étale	156
Appendices	156
A1. La conjecture de Kato	156
(a) <i>Cas d'un anneau semi-local très propre</i>	157
(b) <i>Cas d'un anneau local hensélien</i>	160
A2. Cohomologie étale et cohomologie galoisienne	161
A3. Bords et cup-produits	162
Bibliographie	163

Introduction.

(0.1). *Description du résultat principal.* Soit X un schéma (supposé connexe pour simplifier), et soit p un nombre premier inversible dans O_X . Pour tout entier $r \geq 1$, on note $\mathbf{Z}/p^r(1)$ le faisceau (constant tordu) des racines p^r -ièmes de l'unité pour la topologie étale sur X , et, pour $i \in \mathbf{Z}$, $\mathbf{Z}/p^r(i)$ le faisceau $\mathbf{Z}/p^r(1)^{\otimes i}$. On note $\mathbf{Q}_p/\mathbf{Z}_p(i)$ le faisceau $\varinjlim \mathbf{Z}/p^r(i)$. Le but de cet article est d'étudier les groupes de cohomologie étale $H^n(X_{\text{ét}}, \mathbf{Z}/p^r(i))$ et $H^n(X_{\text{ét}}, \mathbf{Q}_p/\mathbf{Z}_p(i))$.

Si $i = n$ et si X est le spectre d'un anneau semi-local, la conjecture de Kato généralisée (définition 2) propose une description du premier groupe en termes d'unités de l'anneau. Le résultat principal de cet article (théorème 1 (2)) est un théorème de "montée cyclotomique" qui étend une telle description au cas général, et même à $H^n(X_{\text{ét}}, A)$, pour certains faisceaux constants tordus A , sous l'hypothèse

Reçu le 26 janvier 1992. Révision reçue le 6 août 1992.