Vol. 65, No. 2 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL © February 1992

COURBE DE RAMIFICATION DE LA PROJECTION SUR $\mathbb{P}^2$ D'UNE SURFACE DE $\mathbb{P}^3$

JEAN D'ALMEIDA

1. Introduction. De nombreux travaux ont été consacrés à l'étude du groupe fondamental du complémentaire d'une courbe plane singulière. Les méthodes de construction de courbes planes singulières sont assez limitées. L'une d'elles consiste à considérer les courbes de ramification des projections génériques des surfaces. Il est indiqué par Moishezon [M] que le groupe fondamental du complémentaire du lieu de ramification pourrait fournir un invariant discret permettant de distinguer les composantes connexes des espaces de modules des surfaces de type général. En fait, on a une application de l'ensemble des composantes connexes de l'espace des modules des surfaces de type général de nombres de Chern (c_1^2, c_2) fixés dans l'ensemble des composantes connexes d'une famille de courbes planes de degré, de nombre de points doubles ordinaires et de nombre de points de rebroussement fixés.

Comme le souligne Libgober [L], il est donc important de caractériser les courbes de ramification des projections génériques des surfaces. On a d'abord le résultat suivant:

Proposition. *Soit $S \subset \mathbb{P}^r$ une surface algébrique lisse, $p\colon S \to \mathbb{P}^2$ une projection générique et $\Gamma \subset \mathbb{P}^2$ la courbe de ramification de p. Soient c_1^2 et c_2 les nombres de Chern de S ($c_i = c_i(T_S)$ où T_S est le fibré tangent) et h la classe d'une section hyperplane de S. Le degré de Γ est $3h^2 - c_1 h$, le nombre de points de rebroussement est $12h^2 - 9c_1 h + 2c_1^2 - c_2$, le nombre de points doubles ordinaires est*

$$(c_1 h)^2/2 - 6(c_1 h)h^2 + 9(h^2)^2 + 30c_1 h - 6c_1^2 + 2c_2 - 42h^2.$$

Preuve. [L, p. 37].

L'ensemble des points de rebroussement est l'image de la strate $\Sigma^{1,1}$ de Boardman dont la classe se calcule aisément [Ro]. On termine avec la formule d'adjonction.

Corollaire. *Soit $S \subset \mathbb{P}^3$ une surface lisse de degré n et $p\colon S \to \mathbb{P}^2$ une projection générique. Le degré de la courbe de ramification Γ est $n(n-1)$, le nombre de points doubles ordinaires est $d = n(n-1)(n-2)(n-3)/2$, le nombre de points de rebroussement est $k = n(n-1)(n-2)$.*

On s'interesse ici à la question suivante: Etant donnée une courbe plane Γ de degré $n(n-1)$, peut-on trouver une surface lisse S de degré n de $\mathbb{P}^3$ telle que Γ soit le lieu de ramification d'une projection générique de S sur $\mathbb{P}^2$?

Received 17 December 1990. Revision received 24 June 1991.