Vol. 62, No. 3 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL © April 1991

TORSEUR ENTRE COHOMOLOGIE ÉTALE p-ADIQUE ET COHOMOLOGIE CRISTALLINE; LE CAS ABÉLIEN

JEAN-PIERRE WINTENBERGER

Soit K un corps local de caractéristique 0 et de corps résiduel parfait de caractéristique p. On note $\bar{K}$ une clôture algébrique de K et G_K le groupe de Galois de $\bar{K}$ sur K. J.-M. Fontaine a mis en évidence une sous-catégorie de la catégorie des représentations p-adiques, la catégorie des représentations p-adiques cristallines ([F78], [F82I], [F82II]; voir aussi [F83]) (par représentation p-adique, nous entendons représentation linéaire continue de G_K dans un $\mathbb{Q}_p$-espace vectoriel de dimension finie). A une représentation p-adique cristalline V est associé un module de Dieudonné filtré $D(V)$. Si G est un groupe p-divisible sur l'anneau des entiers O_K de K, et si $T_p(G)$ est le module de Tate de G, la représentation p-adique $V_p(G) = \mathbb{Q}_p \otimes_{\mathbb{Z}_p} T_p(G)$ est cristalline et le dual $D^*(V_p(G))$ du module de Dieudonné filtré $D(V_p(G))$ est l'isocristal de Dieudonné associé à la réduction de G, muni de l'action du Frobenius et du sous-espace vectoriel des logarithmes. Si $\mathscr{X}$ est un schéma propre et lisse sur O_K, la cohomologie étale p-adique $H^*_{\text{et}}(\mathscr{X}_{/\bar{K}}, \mathbb{Q}_p)$ est cristalline et $D(H^*_{\text{et}}(\mathscr{X}_{/\bar{K}}, \mathbb{Q}_p))$ s'identifie à la cohomologie cristalline $\mathbb{Q} \otimes H^*_{\text{cris}}(\tilde{\mathscr{X}})$ de la réduction $\tilde{\mathscr{X}}$ de $\mathscr{X}$, muni de l'action du Frobenius et de la filtration provenant de la filtration de Hodge sur la cohomologie de de Rham: c'est un résultat de J.-M. Fontaine et B. Messing, G. Faltings dans toute sa généralité. Pour les schémas abéliens (seul cas utilisé ici), cela a été prouvé précédemment par J.-M. Fontaine ([F77], [F82I]).

Dans cet article, nous décrivons le foncteur $V \mapsto D(V)$ lorsque le corps résiduel de K est algébriquement clos et que V est abélienne (i.e., l'image de G_K dans $GL_{\mathbb{Q}_p}(V)$ est abélienne). Grâce à une propriété de compatibilité des cycles de Hodge absolus avec les théorèmes de comparaison p-adiques ([B], [O90], [W]), nous définissons la réalisation cristalline des motifs associés aux variétés abéliennes (motifs pour les cycles de Hodge absolus). Pour les motifs associés aux variétés abéliennes à multiplications complexes, nos résultats permettent de décrire cette réalisation cristalline en termes de la représentation du groupe de Serre connexe définie par le motif. Nous généralisons ainsi un théorème (non publié) de R. E. Kottwitz qui concerne les polarisations des variétés abéliennes à multiplications complexes. Notre généralisation prend en compte tous les cycles de Hodge absolus. H. Reimann et T. Zink ont prouvé, pour les polarisations, un théorème plus précis ([RZ88]); nous ne considérons pas la généralisation naturelle de leur théorème.

Certains des résultats de cet article figuraient dans une lettre de J.-M. Fontaine à J.-P. Serre. C'est G. Laumon qui m'a poussé à établir un lien avec l'invariant de

Received 9 March 1990. Revision received 12 September 1990.