Vol. 61, No. 1 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL © August 1990

SUR LE THÉORÈME LOCAL DES CYCLES INVARIANTS

F. GUILLÉN ET V. NAVARRO AZNAR*

Introduction. Si on considère une famille de variétés projectives complexes non singulières, c'est un fait aujourd'hui bien connu que les possibles variétés singulières vers lesquelles peut dégénerer cette famille doivent vérifier certaines contraintes, parmi lesquelles une importante relation entre la cohomologie de la fibre singulière, la cohomologie de la fibre générique et la monodromie de la famille, qui est precisée par le théorème local des cycles invariants prouvé par Clemens, Deligne et Steenbrink ([1], [4], [13]): tous les cocycles de la fibre générique qui sont invariants par la monodromie autour d'une fibre singulière proviennent par spécialisation de la cohomologie de cette fibre singulière.

Le but de ce travail est de donner une preuve de ce théorème en suivant de près l'argumentation de [13] qui se base sur l'utilisation des structures de Hodge mixtes qui y sont présentes. Concrètement, nous prouverons que la filtration par le poids de la structure de Hodge mixte construite par Steenbrink sur la cohomologie de la fibre limite coïncide avec la filtration définie par la monodromie, d'où on déduit aisément le théorème des cycles invariants par un argument de Deligne. Or, dans notre démonstration, pour prouver la coïncidence de ces deux filtrations, nous utiliserons aussi un résultat récent de Deligne-Saito sur les modules de Hodge-Lefschetz polarisés ([5], [11]). Ceci nous permettra, comme dans [11], de compléter la preuve de Steenbrink qui était insuffisante, comme l'avait remarqué El Zein ([6]).

Les principaux ingrédients de la démonstration que nous présentons ici du théorème des cycles invariants sont, comme nous venons de dire, dûs à Deligne, Steenbrink et Saito, et notre seule contribution dans cet article est de prouver que le terme E_1 de la suite spectrale de Steenbrink est un module de Hodge-Lefschetz polarisé au sens de Deligne, ce qui rend possible l'application du résultat de [5]. Notre dernier objectif a été de donner une vue d'ensemble des arguments qui conduisent à ce théorème local des cycles invariants.

L'organisation de l'article est la suivante. Dans le §1, nous étudions la suite spectrale d'hypercohomologie du complexe filtré $(\Omega_X^*(\log Y), W)$, pour un diviseur à croissements normaux d'une variété complexe compacte, et nous prouvons que la différentielle d_1 de cette suite spectrale est l'opposé du morphisme de Gysin. Au §2, on rappelle la suite spectrale associée à la filtration par le poids définie par Steenbrink ([13]) sur le complexe des cycles proches d'un morphisme propre dont la fibre spéciale est un diviseur à croisements normaux, et nous explicitons la

Received October 10, 1989. Revision received January 15, 1990.
*Ce travail a été subventionné par le projet CICYT PB86-0348