Vol. 61, No. 1 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL © August 1990

# ALGÈBRES ENVELOPPANTES QUANTIFIÉES, GROUPES QUANTIQUES COMPACTS DE MATRICES ET CALCUL DIFFÉRENTIEL NON COMMUTATIF

MARC ROSSO

**0. Introduction.** La notion de groupe quantique est apparue, de façons indépendantes et simultanées, sous deux formes différentes:

(a) comme déformation (ou quantification) d'algèbres enveloppantes d'algèbres de Lie simples, dans les travaux de Drinfeld et Jimbo ([1], [3, 4]).

Soit $g$ une algèbre de Lie simple de dimension finie de rang $N$, $H$ une sous-algèbre de Cartan, $(\alpha_i)$ une base de racines simples, $(\ ,\ )$ un produit scalaire invariant sur $H^*$ et $(H_i)$ la base de $H$ définie par: $\alpha_j(H_i) = (\alpha_j, \alpha_i)$.

*Définition.* $U_h g$ est la $\mathbb{C}[[h]]$-algèbre engendrée au sens $h$-adique par $\mathscr{H}$ et des générateurs $X_i$, $Y_i$ $(1 \leqslant i \leqslant N)$, avec les relations:

$$[a_1, a_2] = 0 \quad \text{pour} \quad a_1, a_2 \text{ dans } \mathscr{H}$$

$$[a, X_i] = \alpha_i(a) X_i \quad \text{et} \quad [a, Y_i] = -\alpha_i(a) Y_i \quad \text{pour tout } a \text{ dans } \mathscr{H}$$

$$[X_i, Y_j] = \delta_{ij} \frac{\operatorname{sh}((h/2)H_i)}{\operatorname{sh}((h/4)(\alpha_i, \alpha_i))}$$

et, pour $i \neq j$, posant $q_i = \exp(h/2)(\alpha_i, \alpha_i)$

$$\sum_{k=0}^{1-a_{ij}} (-1)^k \binom{1-a_{ij}}{k}_{q_i} q_i^{-k(1-a_{ij}-k)/2} X_i^k X_j X_i^{1-a_{ij}-k} = 0.$$

Mêmes relations en remplaçant $X_i$ par $Y_i$, $X_j$ par $Y_j$.

$$\text{Où} \quad \binom{n}{k}_q = \frac{(q^n - 1)\ldots(q^{n-k+1} - 1)}{(q^k - 1)\ldots(q - 1)}.$$

$U_h g$ est une algèbre de Hopf: le coproduit $\Delta$, l'antipode $S$ et l'augmentation $\varepsilon$ sont respectivement donnés par:

Received July 14, 1989. Revision received January 9, 1990.