Vol. 60, No. 3 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL © June 1990

VARIÉTÉS DE PRYM ET ENSEMBLES D'ANDREOTTI ET MAYER

OLIVIER DEBARRE

§0. Introduction. Les sous-ensembles suivants de l'espace des modules $\mathscr{A}_g$ des variétés abéliennes principalement polarisées de dimension g ont été introduits par Andreotti et Mayer dans [A-M]:

$$\mathscr{N}_k^g = \{(A, \Theta) \in \mathscr{A}_g | \dim \operatorname{Sing} \Theta \geqslant k\}.$$

Le résultat principal de leur article est que l'adhérence dans $\mathscr{A}_g$ du lieu $\mathscr{J}_g$ des jacobiennes de courbes est une composante irréductible de $\mathscr{N}_{g-4}^g$.

Nous montrons ici un analogue de ce résultat pour les variétés de Prym. Plus précisément, il est montré dans [D] (et aussi dans cet article, en 6.6) que l'ensemble $\mathscr{P}_g$ des variétés de Prym (généralisées) est contenu dans $\mathscr{N}_{g-6}^g$. Cet article est consacré à la démonstration de:

Théorème. *Pour $g \geqslant 7$, $\mathscr{P}_g$ est une composante irréductible de $\mathscr{N}_{g-6}^g$.*

L'assertion correspondante pour $g = 6$ est fausse, puisque $\mathscr{P}_6$ est de dimension 18, $\mathscr{A}_6$ de dimension 21 et que, pour tout g, $\mathscr{N}_0^g$ est un diviseur de $\mathscr{A}_g$ ([B1], [Mu 1]).

La méthode utilisée ici est essentiellement celle de [A-M]. Andreotti et Mayer exhibent une jacobienne de courbe (J, Θ) avec $\dim \operatorname{Sing} \Theta = g - 4$, telle que les cônes tangents à Θ en les points de multiplicité 2 engendrent un espace vectoriel de codimension $(3g - 3)$ dans $S^2 T_0^* J$. Ils montrent ensuite que ceci entraîne leur résultat.

On pourrait employer la même méthode pour les variétés de Prym. Malheureusement, si on sait que pour une variété de Prym générique (P, Ξ), on a $\dim \operatorname{Sing} \Xi = g - 6$, on ne sait pas à ma connaissance décrire un exemple explicite qui vérifie cette propriété. De plus, le problème des cônes tangents aux points doubles du diviseur thêta semble difficile à aborder directement.

Pour contourner cette difficulté, on a recours à des dégénérescences de variétés de Prym, à savoir certaines extensions de variétés de Prym P par $\mathbb{C}^*$. Via l'isomorphisme $\operatorname{Ext}^1(P, \mathbb{C}^*) \simeq P$, ce sont les extensions qui correspondent à $a = \mathscr{O}(r + s - \sigma r - \sigma s) \in P$, où $P = \operatorname{Prym}(\tilde{C} \to \tilde{C}/\sigma)$, $r, s \in \tilde{C}$.

On montre au paragraphe 2 que la méthode d'Andreotti et Mayer s'applique sur le bord de $\mathscr{A}_g$. On est ramené à étudier $\operatorname{Sing}(\Xi \cdot \Xi_a)$, pour $(P, \Xi) \in \mathscr{P}_{g-1}$ et a comme ci-dessus. Pour ce faire, on a recours à une seconde dégénérescence, à savoir le

Received February 1, 1988. Revision received October 6, 1989.