Vol. 57, No. 3 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL © December 1988

LA VARIETE DES TRIPLETS COMPLETS

PATRICK LE BARZ

Introduction. Le but de ce travail est de généraliser à une variété non-singulière quelconque une construction déjà connue pour le plan projectif.

Dans le cas de $\mathbb{P}^2$, cette construction est due à Semple [17] et elle a été étudiée à fond par Roberts et Speiser dans une très intéressante série d'articles ([11, 12, 13, 18, 10]).

Dans le cas général, on espère donner par la suite des applications de cette construction au lieu triple d'un morphisme $f\colon V \to V'$ (voir Kleiman [6, 7]; Ronga [14]; Ran [9]).

1. Dans [17] Semple construit une variété W^* de *triangles* dans $\mathbb{P}^2$, qu'on peut qualifier de "complets" [8]. Essentiellement un élément de W^* est la donnée

(i) de trois points p_1, p_2, p_3 de $\mathbb{P}^2$ (sommets),

(ii) de trois droites D_{12}, D_{23}, D_{31} de $\check{\mathbb{P}}^2$ (côtés),

(iii) d'un réseau Σ de coniques de $\mathbb{P}^2$,

avec les conditions

(iv) les points p_i et p_j sont sur la droite D_{ij},

(v) les trois coniques dégénérées $D_{12} \cup D_{23}$, $D_{23} \cup D_{31}$, $D_{31} \cup D_{12}$ sont dans Σ.

Le réseau de coniques Σ est là pour "tenir compte de la courbure" dans le cas le plus dégénéré possible, à savoir lorsque $p_1 = p_2 = p_3$ et $D_{12} = D_{23} = D_{31}$. Dans les autres cas, Σ est déterminé par (i) et (ii), autrement dit on reconnaît en W^* le "graphe d'une application rationnelle."

J. Roberts et R. Speiser ont remis cette construction au goût du jour afin de démontrer rigoureusement les formules de Schubert [16] (c'est ce travail de Schubert qui avait motivé la construction de W^* par Semple). Roberts et Speiser calculent explicitement et complètement la structure additive puis multiplicative de l'anneau d'intersection $CH^{\bullet}(W^*)$ de cette variété W^* des triangles; puis ils en donnent de nombreuses applications.

Dans [2], Fulton et Collino retrouvent ces résultats en utilisant la technique de Bialynicki-Birula (action de $\mathbb{G}_m$ sur W^*) utilisée par Ellingsrud et Strømme pour trouver la structure additive de $CH^{\bullet}(\mathrm{Hilb}^d\,\mathbb{P}^2)$; voir aussi Collino [1].

2. Afin de généraliser à une variété quelconque V la construction précédente de W^*, on remarque qu'un triplet t de $\mathbb{P}^2$ (i.e. $t \in \mathrm{Hilb}^3\,\mathbb{P}^2$) définit un unique réseau de coniques, celles qui schématiquement contiennent t. C'est en effet clair

Received January 8, 1987. Revision received April 1, 1988.