Vol. 57, No. 2 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL © October 1988

LA CONJECTURE DE GERSTEN POUR LES FAISCEAUX DE HODGE-WITT LOGARITHMIQUE

MICHEL GROS ET NORIYUKI SUWA

Introduction. Soient k un corps parfait de caractéristique $p > 0$ et X un k-schéma lisse. Le résultat le plus explicite de cet article est le suivant: si $W_n\Omega^i_{X,\log}$ désigne le faisceau abélien étale de Hodge-Witt logarithmique (cf. notations et conventions pour le rappel de sa définition) et ε: $X_{\text{et}} \to X_{\text{zar}}$ la projection du topos étale sur le topos zariskien, alors (cf. Corollaire 1.6) on a une suite exacte (résolution de Gersten)

$$(0.1) \qquad 0 \to \varepsilon_* W_n\Omega^i_{X,\log} \to \bigoplus_{x \in X^{(0)}} \left(W_n\Omega^i_{k(x),\log}\right)_{\overline{\{x\}}} \to \bigoplus_{x \in X^{(1)}} \left(W_n\Omega^{i-1}_{k(x),\log}\right)_{\overline{\{x\}}} \to \bigoplus_{x \in X^{(2)}} \left(W_n\Omega^{i-2}_{k(x),\log}\right)_{\overline{\{x\}}} \to \cdots .$$

Nous employons le terme résolution de Gersten, car, pour peu que l'on accepte de noter $\mathscr{H}^r(\mathbb{Z}/p^n(i)) = R^{r-i}\varepsilon_* W_n\Omega^i_{X,\log}$, (0.1) n'est autre que le cas $r = i$ de notre théorème 1.4, analogue avec cette notation au théorème de Bloch-Ogus (cf. [2]), établissant des résolutions de $\mathscr{H}^r(\mathbb{Z}/l^n(i))$ $(l \neq p)$. Comme nous l'a fait remarquer Milne, une conjecture analogue à notre résultat mais sur le site étale, figure déjà dans son article [9] (Remark 2.12). L'une des applications les plus immédiates de (0.1) est l'obtention d'une "formule de Bloch-Quillen modulo p^n" (cf. Théorème 4.13)

$$(0.2) \qquad H^d\left(X_{\text{zar}}, \mathscr{H}^d(\mathbb{Z}/p^n(d))\right) \xleftarrow{\sim} CH^d(X)/p^n.$$

La méthode employée pour obtenir (0.1) diffère de celle utilisée par Bloch et Ogus dans [2] pour le cas l-adique et reprend certains résultats de O. Gabber (cf. [3]).

Voici comment est organisé l'article. Dans le chapitre I, nous énonçons le théorème principal qui fournit une résolution flasque de $R^m\varepsilon_* W_n\Omega^i_{X,\log}$ (cf. Théorème 1.4). Au chapitre II, nous reprenons la démonstration d'un lemme de préparation géometrique, entièrement dû à O. Gabber (cf. [3]), qui nous permettra au chapitre III de prouver le théorème 1.4. Le chapitre IV contient une comparaison entre cette résolution et la résolution de Gersten de la K-théorie de Quillen, qui nous permet d'obtenir "la formule de Bloch-Quillen modulo p^n."

Received December 9, 1986. Revision received September 22, 1987.