Vol. 57, No. 1 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL © August 1988

SUR LES VARIETES ABELIENNES DONT LE DIVISEUR THETA EST SINGULIER EN CODIMENSION 3

OLIVIER DEBARRE

Introduction. Dans leur article [A–M], Andreotti et Mayer introduisent les sous-ensembles suivants de l'espace des modules $\mathscr{A}_g$ des variétés abéliennes principalement polarisées de dimension g: pour $0 \leqslant k \leqslant g-2$, $\mathscr{N}_k^g$ est le lieu des variétés abéliennes principalement polarisées (A, Θ) avec $\dim \operatorname{Sing} \Theta \geqslant k$.

Si on note $\mathscr{J}_g \subset \mathscr{A}_g$ le lieu des jacobiennes des courbes lisses de genre g, leur résultat principal peut s'énoncer ainsi:

THÉORÈME (Andreotti–Mayer). *Pour $g \geqslant 4$, l'adhérence $\bar{\mathscr{J}}_g$ de $\mathscr{J}_g$ dans $\mathscr{A}_g$ est une composante irréductible de $\mathscr{N}_{g-4}^g$.*

Les ensembles $\mathscr{N}_k^g$ seront étudiés aussi par la suite par Beauville dans [Be 1]. Si on note $\theta_{\text{null}, g}$ le lieu des variétés abéliennes principalement polarisées (A, Θ) de dimension g avec Θ symétrique telles que $\operatorname{Sing} \Theta$ contienne un point d'ordre 2, il montre par exemple:

THÉORÈME (Beauville). *Le diviseur $\mathscr{N}_0^4$ de $\mathscr{A}_4$ a deux composantes irréductibles, à savoir $\bar{\mathscr{J}}_4$ et $\theta_{\text{null}, 4}$.*

Il étudie aussi $\mathscr{N}_1^5$. Sa méthode consiste à généraliser la construction classique des variétés de Prym en permettant des courbes singulières. En particulier, toutes les variétés abéliennes principalement polarisées de dimension au plus 5 sont alors des variétés de Prym généralisées, pour lesquelles on a une description géométrique.

Mumford utilisera plus tard $\mathscr{N}_0^g$, dont Beauville a remarqué dans [Be 1] que c'est un diviseur de $\mathscr{A}_g$, pour montrer dans [Mu 1] que $\mathscr{A}_g$ est de type général pour $g \geqslant 7$.

Smith et Varley ont montré dans [S–V] le résultat suivant:

THÉORÈME (Smith–Varley). *Le diviseur $\mathscr{N}_0^5$ de $\mathscr{A}_5$ a deux composantes irréductibles, dont l'une est $\theta_{\text{null}, 5}$.*

Enfin, Beauville et moi-même avons montré dans [B–D] le résultat suivant (rappelons que chacune des propriétés (i), (ii), (iii) ci-dessous est satisfaite par les

Received April 12, 1986. Revision received November 13, 1987.