Vol. 54, No. 2 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL © 1987

LA DESCENTE SUR LES VARIÉTÉS RATIONNELLES, II

JEAN-LOUIS COLLIOT-THÉLÈNE ET JEAN-JACQUES SANSUC

à Yu. I. Manin

§0. Introduction. La méthode générale de la descente sur les variétés rationnelles a été introduite en 1976–77 dans une série de Notes ([17], [18], [19]) suscitées par des travaux de F. Châtelet [9], P. Swinnerton-Dyer, et Yu. I. Manin ([41], [42]) à propos de l'étude des points rationnels de certaines surfaces algébriques. Elle avait constitué notre première approche [17] de la description des points rationnels des tores [20]. Elle a été partiellement reprise et complétée en 1979 dans un exposé au congrès d'Angers [22] qui analyse davantage la problématique générale mais ne donne guère plus de démonstrations que les Notes précédentes.

Cette méthode a été appliquée depuis avec succès dans des situations nouvelles ([13], [27], [2], [15], [28], [16]) et l'intérêt arithmétique des résultats obtenus rend nécessaire la publication d'un texte de base, par nature quelque peu aride, qui rassemble les énoncés fondamentaux de la théorie, y compris certains obtenus récemment [25], et surtout en donne des démonstrations détaillées. Signalons que si les articles [13] et [2] évitaient le recours à la théorie générale, il n'en est pas de même de l'article [27], qui repose en grande partie sur le présent mémoire.

Des textes de présentation variés existent déjà: d'abord l'exposé [22] dont cet article est en quelque sorte la suite, mais aussi le §5 du rapport [43] de Manin et Tsfasman, le §2 de l'exposé [11] au congrès de Berkeley et divers textes de séminaire ou congrès ([29], [49], [51]).

Nous ne rappelons donc que brièvement la liste des problèmes algébriques, géométriques et arithmétiques auxquels on s'intéresse sur les variétés rationnelles, et le principe de la méthode de la descente dont l'objectif est d'aider à la solution de certains de ces problèmes.

Une *k-variété rationnelle* est une variété algébrique géométriquement intègre birationnelle à l'espace projectif sur une extension de son corps de définition k. On peut citer comme exemples les quadriques et les variétés de Severi-Brauer, les surfaces cubiques lisses, les surfaces fibrées en coniques sur la droite projective, les surfaces de Del Pezzo, les intersections complètes de deux quadriques, géométriquement intègres et sans point conique, dans l'espace projectif de dimension $\geqslant 4$, les espaces homogènes principaux sous un groupe algébrique linéaire connexe.

Received January 27, 1987.